

Mixed Integer Non Linear optimization for well placement

Claire Lizon

Claudia D'Ambrosio, École Polytechnique
Leo Liberti, École Polytechnique
Delphine Sinoquet, IFPEN



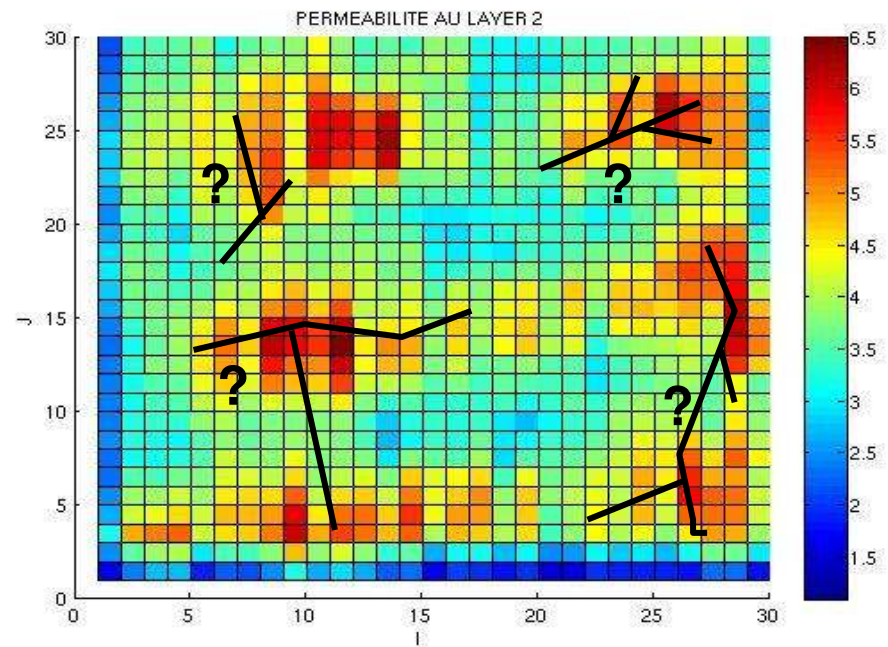
Problème de placement de puits Application en ingénierie de réservoir

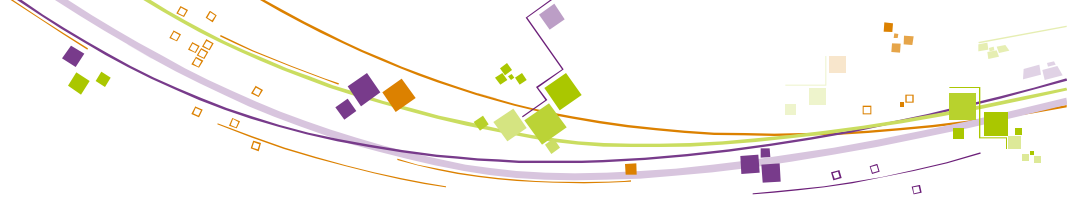
Optimisation de "placement" des puits, Bouzarkouna et al. 2010, Onwunalu & Durlofsky 2010, Isebor et al. 2013

Trouver le **nombre de puits** et les **meilleures configurations** (type, position et trajectoire, nombre de branches)

pour **maximiser la productivité** (ou NPV : Net Present Value)

Travaux précédents à IFPEN
Thèse de Z. Bouzarkouna dirigée par D. Ding (2011)





Un cas test réaliste : Brugge

- **Proposé par TNO et SPE**
- **Données géologiques, (perméabilités, porosités) générées par des champs aléatoires gaussiens**
- **Grille 139x48x9 (nx, ny, nz)**
 - 44550 cellules actives
 - 9 couches géologiques à perméabilités et porosités variables

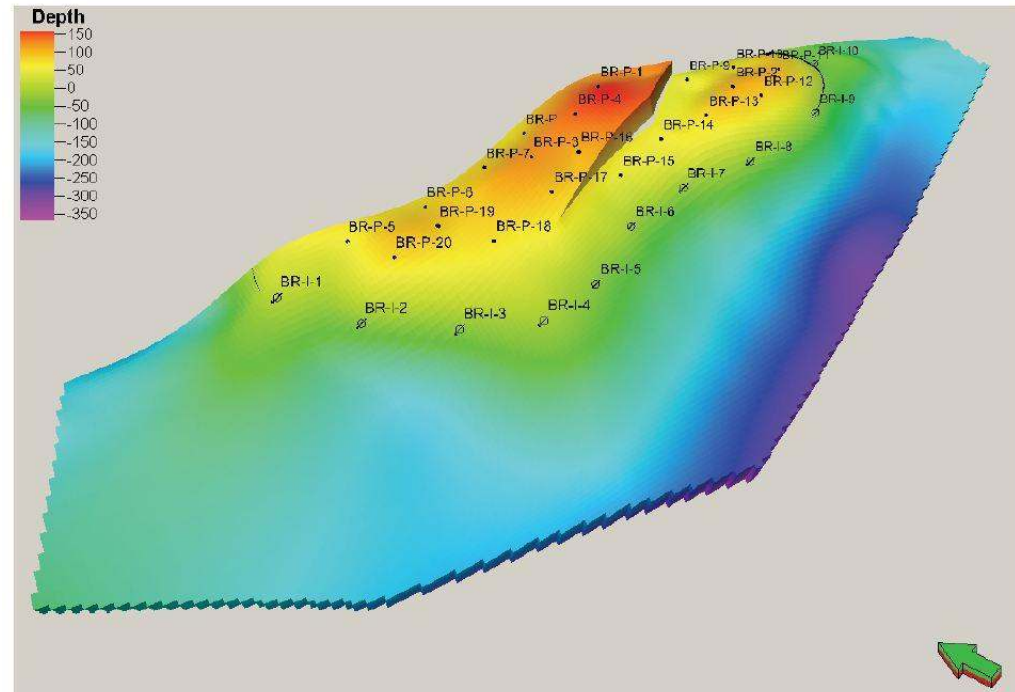
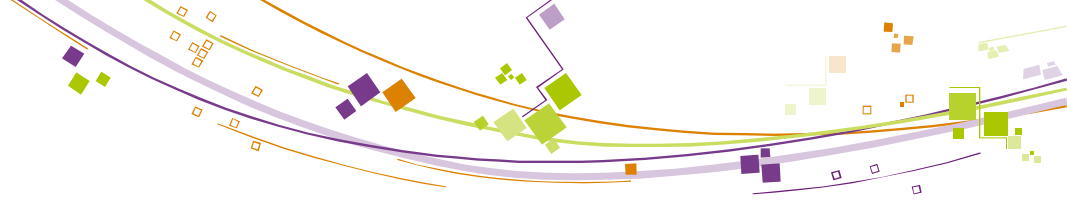


Fig. 1—Structure of the Brugge field showing the depth above and below the oil/water contact (in m) and the 30 wells.

- **20 puits producteurs et 10 puits injecteurs**
- **Simulateur d'écoulement des fluides dans le réservoir (Puma^{flow})**



Un cas test réaliste : Brugge

Une simulation permet de calculer des prédictions de production d'huile et d'eau sur plusieurs années selon une configuration de puits donnée et un modèle de réservoir donné

■ Données

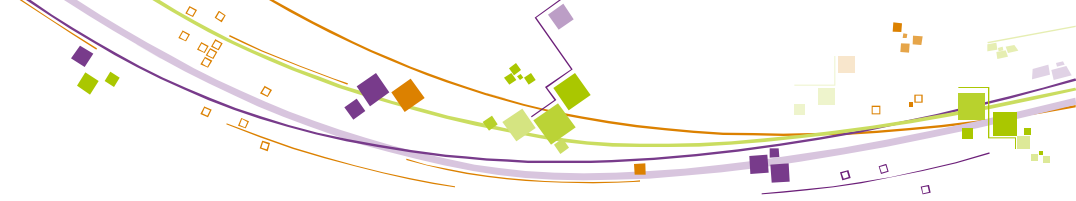
- Modèle de réservoir supposé connu : géométrie, porosité, perméabilité ...

■ Inconnues

- Schéma de production : position des puits, géométrie, type

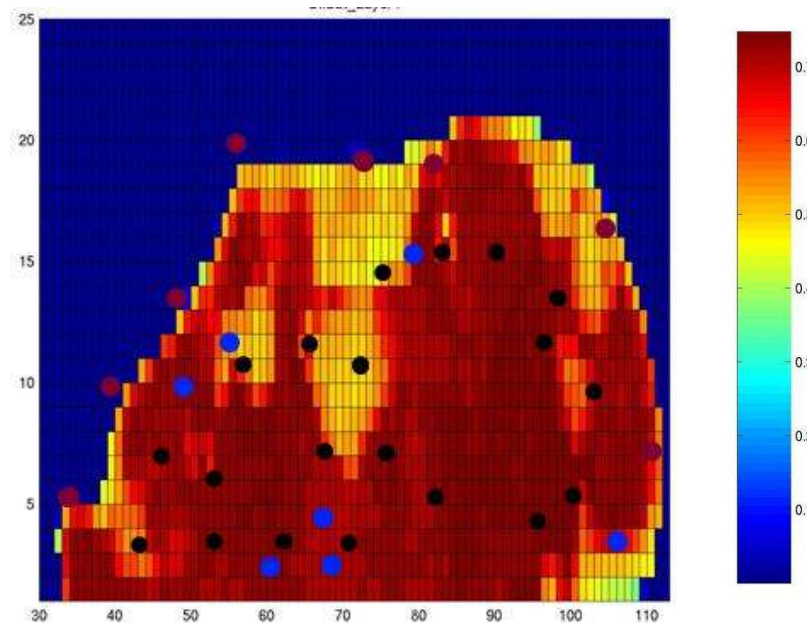
■ Plusieurs critères pour l'évaluation d'une configuration

- La production cumulée d'huile
- Le revenu de production : Net Present Value, calculé à partir des réponses de la simulation



Démarche de l'ingénieur réservoir

- Les puits sont placés selon les données sur le réservoir et des résultats de simulation d'écoulement
 - Les zones d'intérêt sont identifiées en utilisant des cartes d'attributs, (exemple: la saturation en huile)

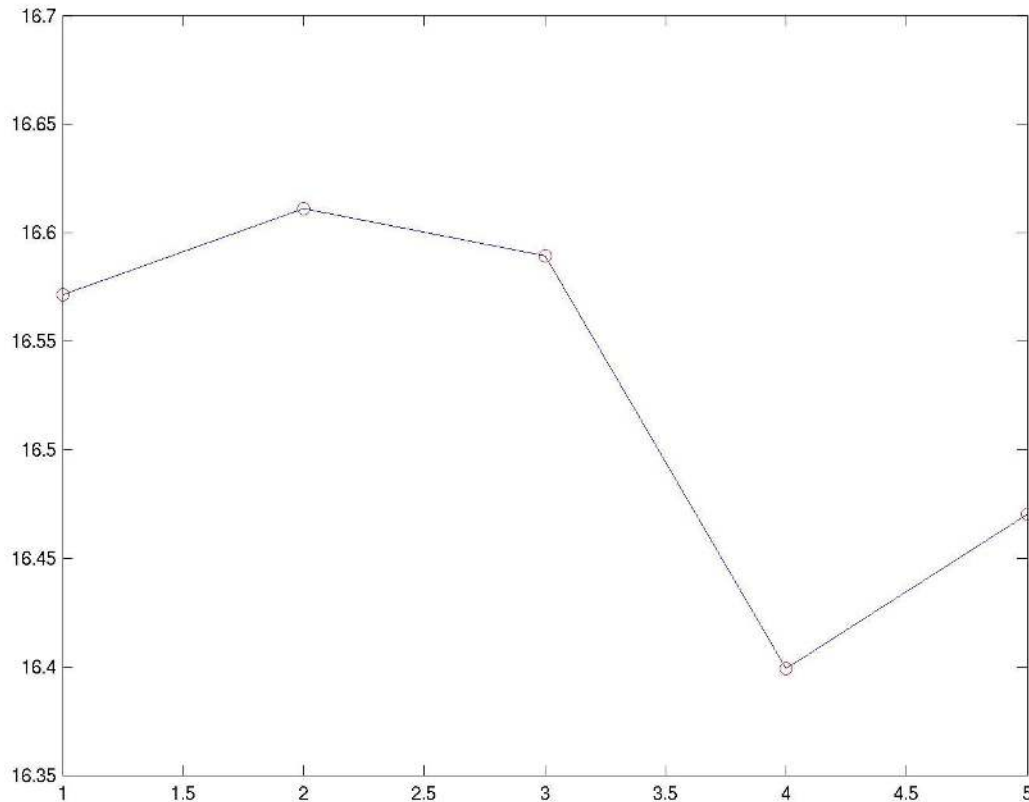


D'après travaux de M. Le Ravalec

- puits producteurs
- puits injecteurs
- nouveaux puits injecteurs

Démarche de l'ingénieur réservoir

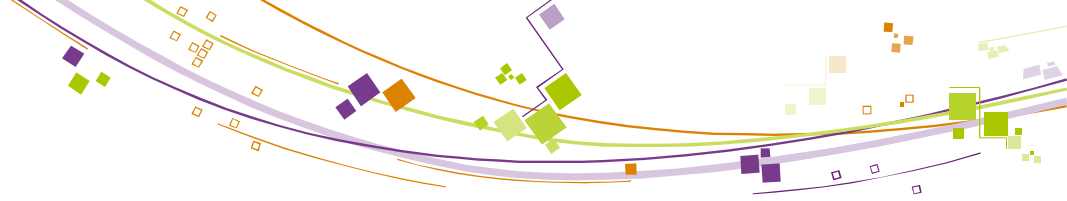
Cumulé d'huile (10^6m^3)



- **Bon positionnement pour puits 2 et 5**
- **Mauvais pour 4**

Nb puits injecteurs ajoutés

D'après travaux de M. Le Ravalec



Démarche de l'ingénieur réservoir

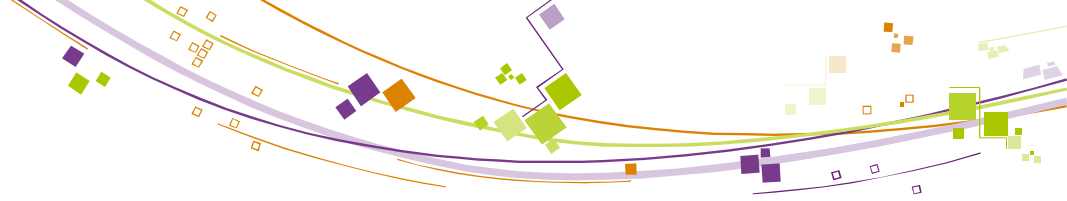
- **Démarche itérative :**
 - Ajout séquentiel des puits en se basant sur les données disponibles
 - La configuration est évaluée par simulation

- **Les méthodes d'optimisation sont peu utilisées**
 - Le problème est difficile et sa résolution est coûteuse en simulations coûteuses



Un pb d'optimisation difficile

- **Caractère mixte des variables, nombre de variables**
 - variables à valeurs entières : nombre de puits, nombre de branches, type de puits (injecteur/producteur), ordre de forage, puits actif/inactif
 - variables continues : position du puits dans le réservoir, la longueur des branches, ...
 - Variation du nombre de variables continues en fonction de la valeur de certaines variables discrètes (exemple : nombre de puits décrits par leur position)
 - Nombreuses variables (exemple : 100 puits représentés par 10 variables => 1000 variables)
- **Complexité et caractéristiques des fonctions à optimiser**
 - Temps de calcul : simulateur d'écoulement dans le réservoir = "boîte noire" coûteux (1 évaluation = qq min à qq heures)
 - Non-linéarité, non-convexité, présence de minima locaux
 - Dérivées rarement disponibles, fonction objectif pas toujours continue



Mise en place d'une méthodologie adaptée

- **1^{er} problème d'optimisation simplifié**
 - On considère des puits verticaux et un nombre réduit de puits
 - Optimisation du cumulé d'huile à l'aide de simulations « réservoir »
 - Approche séquentielle et simplifiée :
 - Ajout de paquets de puits
 - Détermination a priori des zones appropriées pour positionner un puits

 - **2^{ème} problème d'optimisation simplifié**
 - À partir d'une configuration de puits verticaux, optimisation des trajectoires :
 - Ajouts de branches en fonction des zones non produites ou partiellement
 - Simplification des critères d'optimisation (pas de simulation réservoir)
- ⇒ 2 problèmes d'optimisation accessibles



Mise en place d'une méthodologie adaptée

■ Problème 1 :

■ Problème MINLP Black-Box :

- pas d'accès à l'expression analytique de la solution

■ Impossibilité de relâcher la contrainte entière

- non fonctionnement du simulateur

■ Nombre « limité » de variables à optimiser

⇒ Méthodes heuristiques :

Algo. génétiques (Holland, Goldberg), Recherche directe (Hooke & Jeeves)

■ Problème 2 :

■ Problème MINLP avec des contraintes et objectifs analytiques

■ Nombre de variables à optimiser important

- utilisation d'une fonction simplifiée peu coûteuse à évaluer

⇒ Méthodes « dites » exactes (cf exposé de Lucas)



Plan

- Le problème de placement de puits
- **Présentation du problème 1 et sa résolution**
- **Présentation du problème 2 et sa résolution**
- **Conclusions et perspectives**

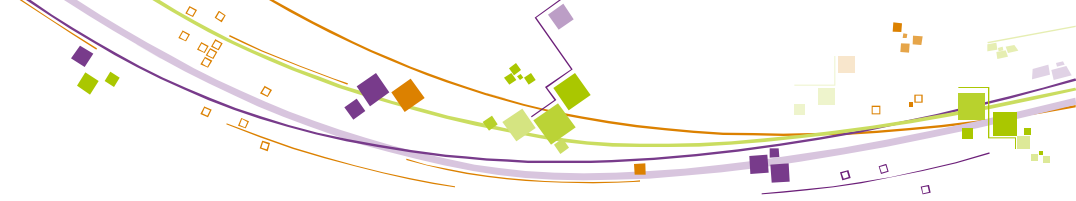


Le problème de placement de puits

$$\begin{cases} \max_X f_{NPV}(X) \\ g(X) \leq 0, \\ X \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{Z}^m \end{cases}$$

Bouzarkouna et al. 2010
Wang et al. 2011

- **Fonction objectif : la fonction NPV**
 - revenu d'une configuration : différence entre les gains de production (en huile) et les coûts de production (en eau) et de forage des puits
 - calculée d'après les prédictions obtenues grâce au simulateur "boîte noire" d'écoulement dans le réservoir
- **Contraintes indispensables au fonctionnement du simulateur (éviter des résultats non physiques, ou des simulations avortées)**
 - les puits doivent être dans le réservoir
 - les puits ne doivent pas se croiser, distance minimale entre puits



Variables de décision

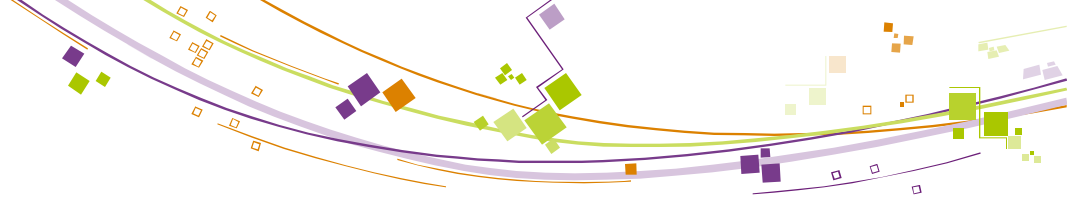
$$\begin{cases} \max_X f_{NPV}(X) \\ g(X) \leq 0, \\ X \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{Z}^m \end{cases}$$

$$X = \underbrace{(b_1, b_2, \dots, b_{n_{max}^{inj} + n_{max}^{prod}})}_{\text{binary}}, \underbrace{(W_1, W_2, \dots, W_{n_{max}^{inj} + n_{max}^{prod}})}_{\text{continuous}}$$

b_i statut on/off du puits i

W_i coordonnées décrivant la trajectoire du puits i

$$n_{active} = \sum_{i=1}^{n_{max}^{prod} + n_{max}^{inj}} b_i \quad \text{nombre de puits actifs}$$

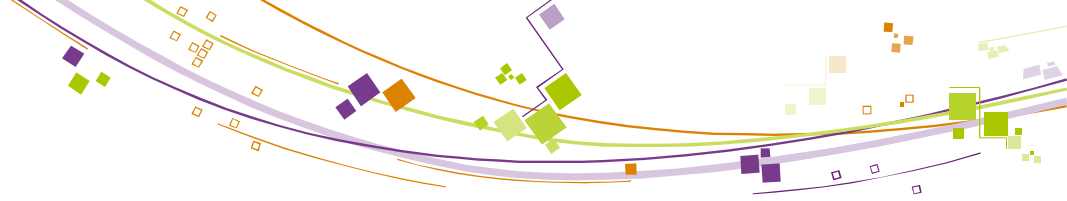


Problème 1 : problème Black Box

- **Seule information disponible :**
Les réponses du simulateur pour des configurations de puits données (pas de formule analytique, pas de dérivées)
- **Simulations coûteuses**

=> Problème simplifié :

- Puits verticaux
- Nombre de puits restreint
- Position des puits optimisée dans une zone réduite



Résolution du problème 1

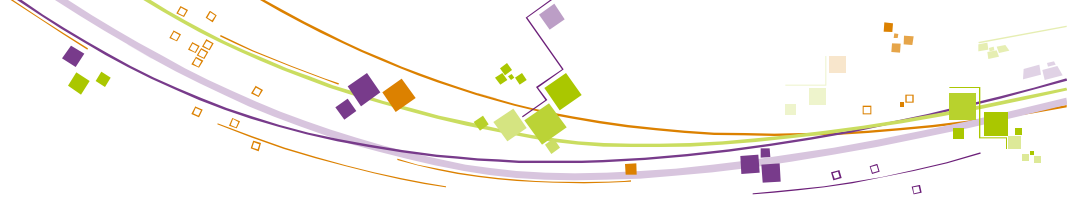
- Méthode de recherche directe
- Résultats numériques sur un cas synthétique 3D simple
- Limiter le nombre d'évaluations par l'utilisation des surfaces de réponses



Méthodes de recherche directe

■ Algorithme

- à l'itération k , l'itéré courant x_k est le meilleur point évalué, α_k la largeur du maillage
 - étape de recherche ou exploration
évaluation d'un nombre fini de points, choisis arbitrairement
 - étape de sondage : (optionnelle si étape de recherche réussie)
choix d'une base \mathcal{D}_k , évaluation des points $x \in \{x_k + \alpha_k d / d \in \mathcal{D}_k\}$
- Itération réussie si un meilleur point a été trouvé dans l'une des 2 étapes $\rightarrow x_{k+1}$
sinon le pas α_k est réduit et $x_{k+1} = x_k$



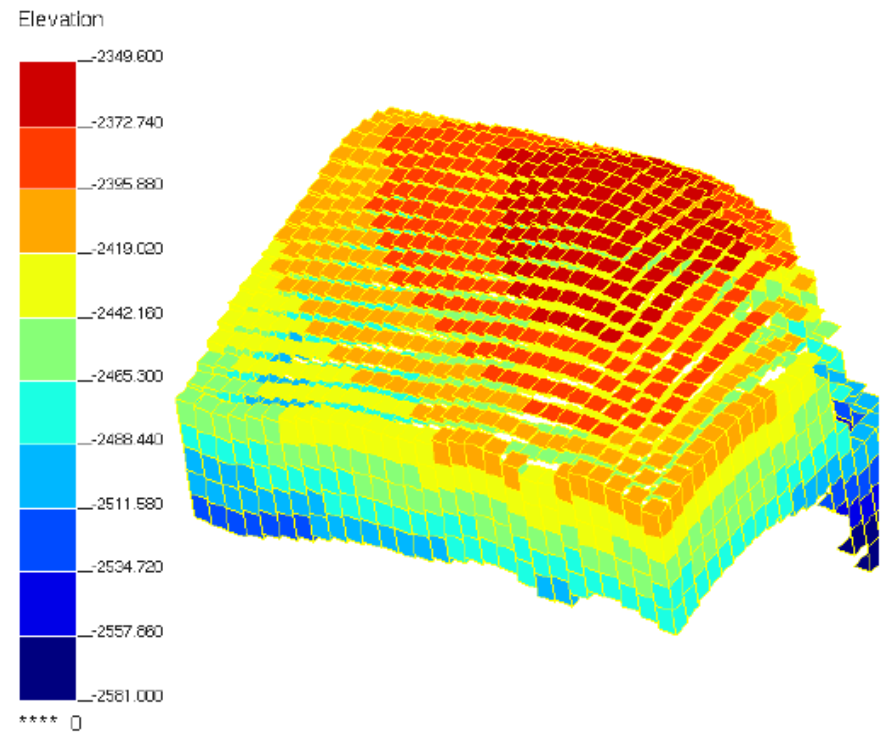
Le logiciel NOMAD (Le Digabel 2011)

- **Méthodes de recherche directe**
 - Pattern Search et Mesh Adaptative Direct Search
- **Variables discrètes prises en compte**
- **Classification des contraintes**
 - "dures" → doivent être respectées à chaque évaluation
 - contraintes de bornes, puits qui ne doivent pas se croiser
 - "soft" → leur violation n'empêche pas l'évaluation de la fonction
 - "cachée" → éviter les zones où le simulateur a rendu un résultat erroné, et/ou a cessé de fonctionner
 - deux puits trop proches
- **Logiciel ouvert : l'utilisateur peut implémenter**
 - son propre modèle de substitution pour remplacer l'évaluation coûteuse de la fonction NPV : gain en temps CPU
 - sa propre étape de recherche

Le cas PUNQ (Floris et al.)

Production forecasting with UNcertainty Quantification

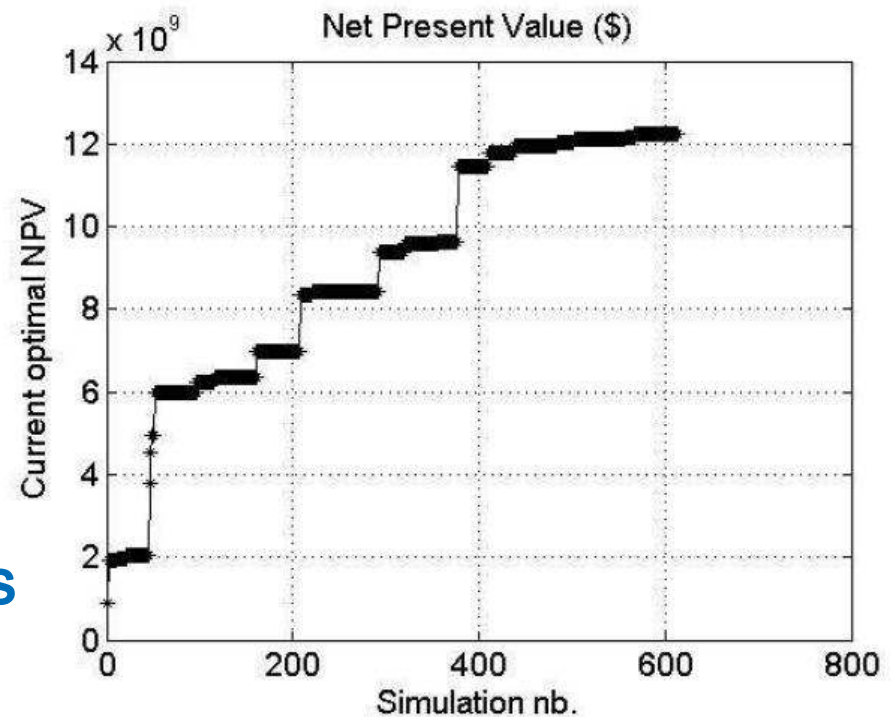
- Cas synthétique connu inspiré d'un champ pétrolier réel
- Données géologiques, (perméabilités, porosités) générées par des champs aléatoires gaussiens
- grille 19 x 28 x 5 (axe x, y, z)
 - 1761 cellules actives
 - 5 couches géologiques à perméabilités et porosités différentes
- Simulateur : Puma^{flow}



Géométrie du cas PUNQ
(Bouzarkouna et al. 2010)

Optimisation du placement de 4 puits verticaux

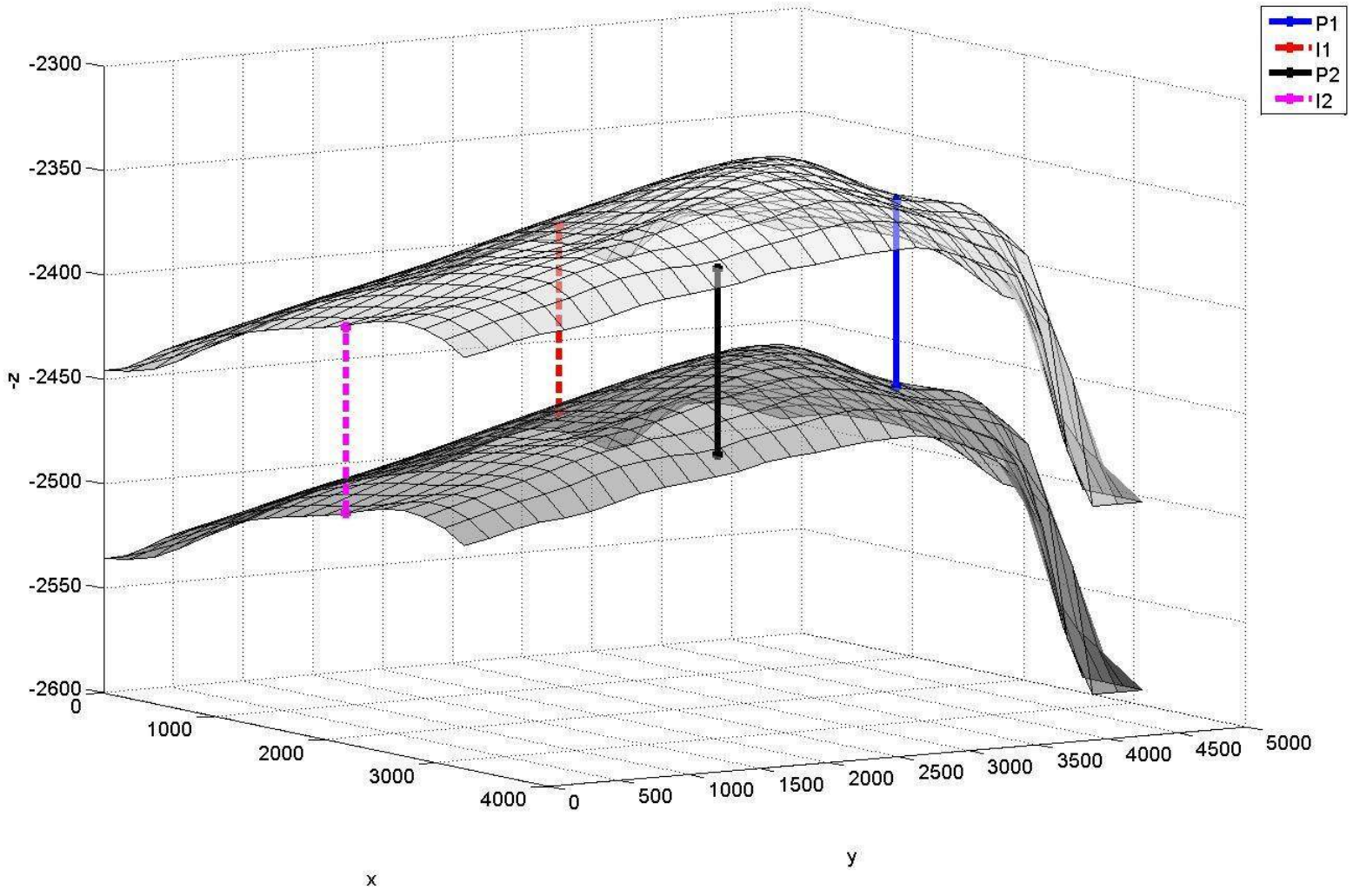
- 12 variables d'optimisation
 - Pour chaque puits
 - 2 variables continues coordonnées latérales
 - 1 variable binaire actif/inactif
- ~600 simulations nécessaires



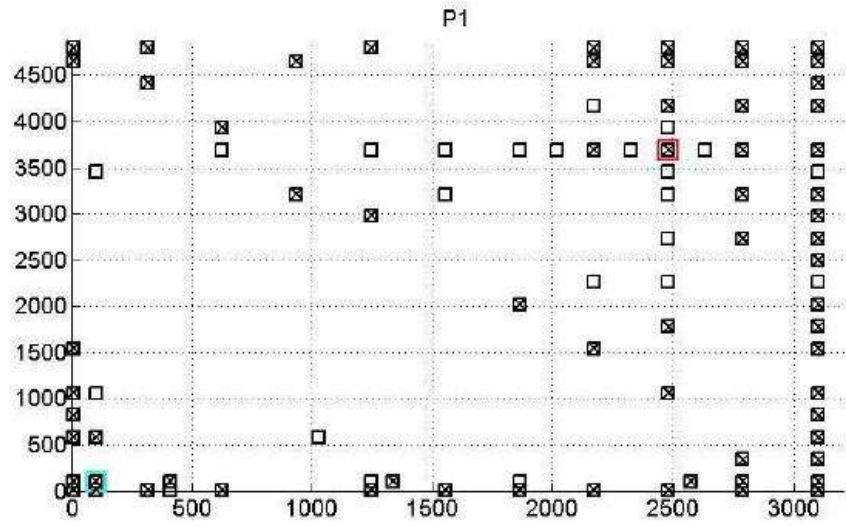
Évolution de la meilleure fonction NPV

Solution

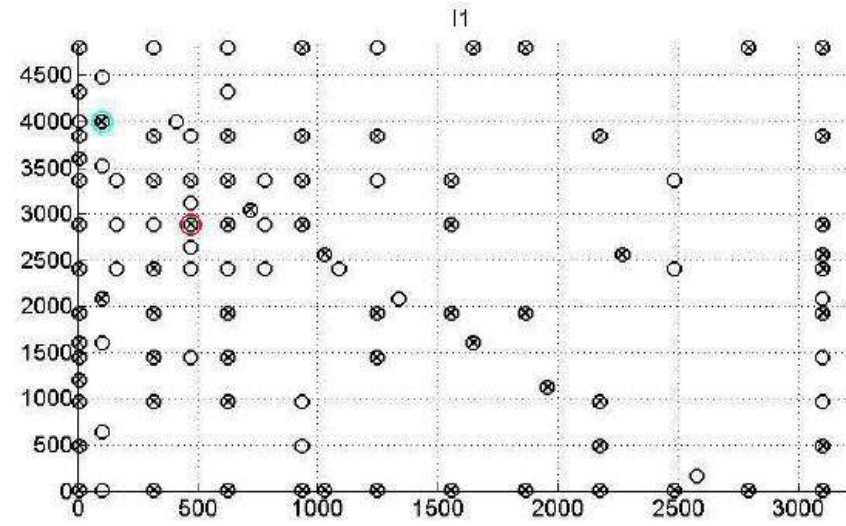
NPV = 1.22266e+010



Déplacement des puits au cours de l'optimisation

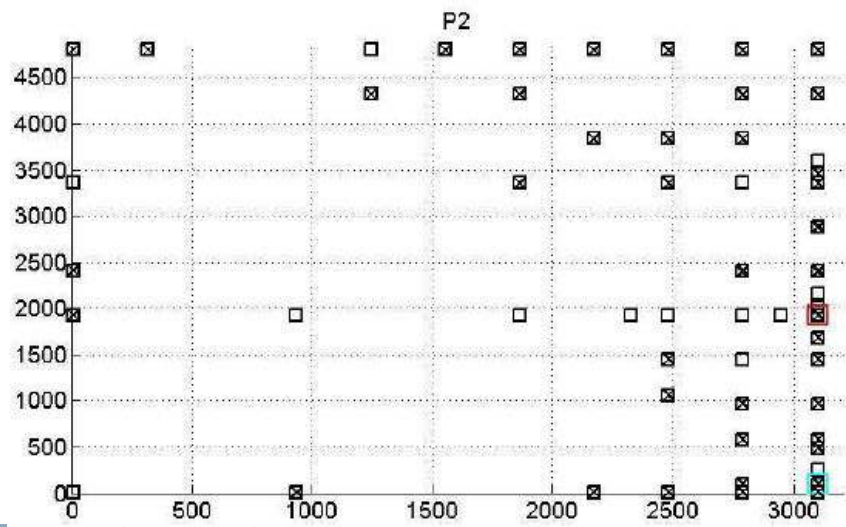


puits producteur 1

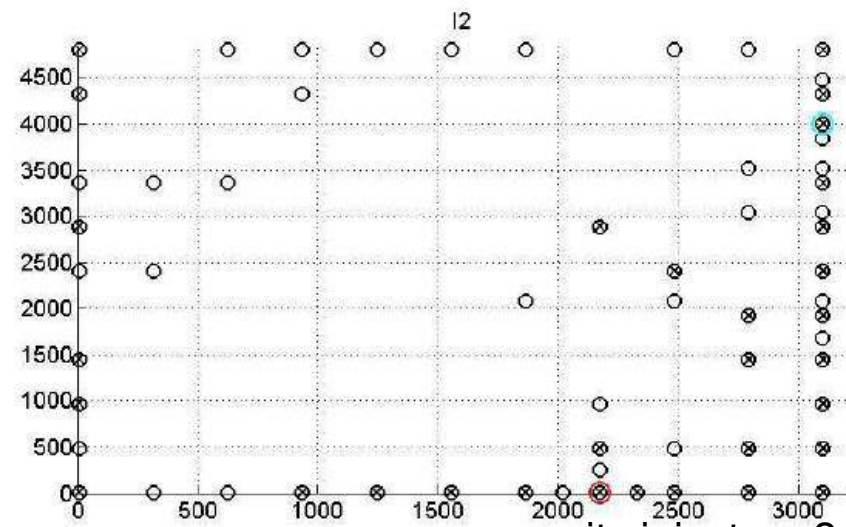


puits injecteur 1

position initiale position finale



puits producteur 2



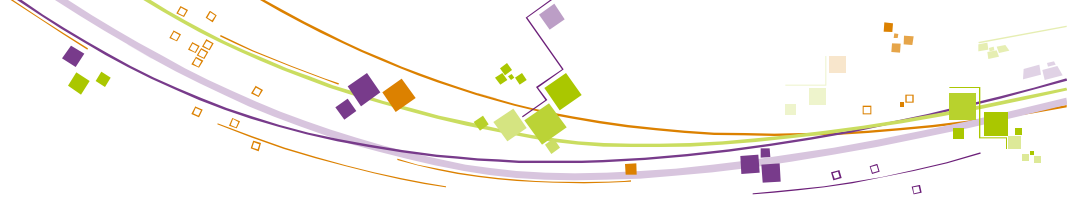
puits injecteur 2



Cas PUNQ

Résultats de NOMAD

- Premiers résultats prometteurs
- Cependant ...
 - De nombreuses évaluations (~600) de la fonction objectif dont certaines inutiles : NOMAD fait varier les coordonnées des puits inactifs



Cas PUNQ

Résultats de NOMAD

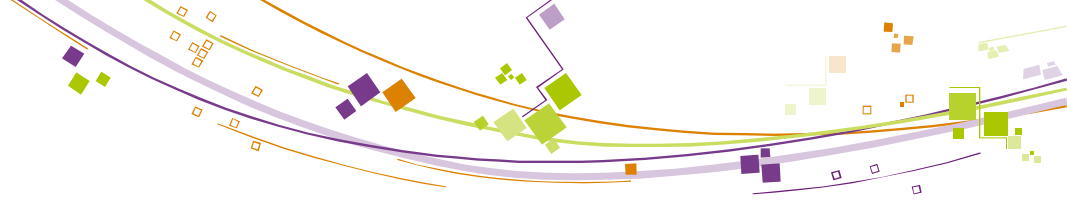
■ Premiers résultats prometteurs

- Obtenus avec implémentation NOMAD standard

Adaptation de NOMAD ou des options utilisées

■ Cependant ...

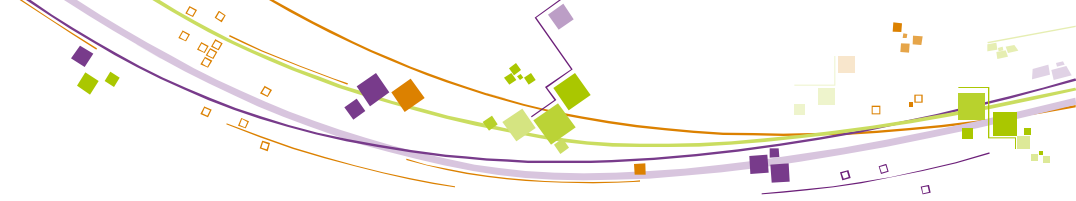
- De nombreuses évaluations de la fonction objectif
 - Possibilité de fournir à NOMAD des modèles de substitution
 - Remplacement de la fonction objectif par un modèle approché moins couteux en temps de calcul
 - Éviter des simulations inutiles en adaptant les directions de sondage
 - Éviter de faire varier les coordonnées des puits inactifs, par exemple



Méthodes de recherche directe

■ Algorithme

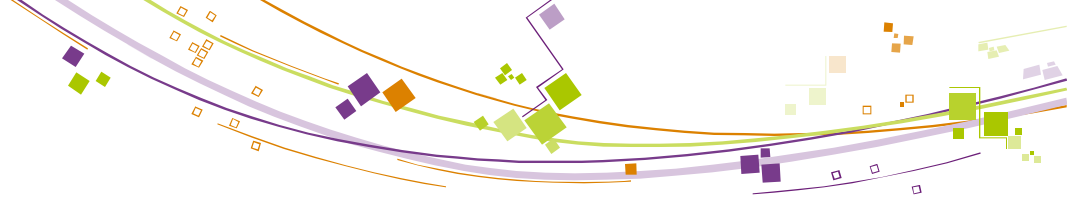
- à l'itération k , l'itéré courant x_k est le meilleur point évalué, α_k la largeur du maillage
 - étape de recherche ou exploration
évaluation d'un nombre fini de points, choisis arbitrairement,
 - étape de sondage : (optionnelle si étape de recherche réussie)
choix d'une base \mathcal{D}_k , évaluation des points $x \in \{x_k + \alpha_k d / d \in \mathcal{D}_k\}$
- Itération réussie si un meilleur point a été trouvé dans l'une des 2 étapes
→ x_{k+1}
sinon le pas α_k est réduit et $x_{k+1} = x_k$



Méthodes de recherche directe couplé avec modèle de substitution

■ Algorithme

- à l'itération k , l'itéré courant x_k est le meilleur point évalué, α_k la largeur du maillage
 - étape de recherche ou exploration
on évalue le modèle de substitution M_k sur les points candidats
critère de tri : valeur du modèle M_k ou expected improvement
 - étape de sondage : (optionnelle si étape de recherche réussie)
choix d'une base \mathcal{D}_k , évaluation des points $x \in \{x_k + \alpha_k d / d \in \mathcal{D}_k\}$
- Itération réussie si un meilleur point a été trouvé dans l'une des 2 étapes
→ x_{k+1}
sinon le pas α_k est réduit et $x_{k+1} = x_k$
mise à jour du modèle M_k : ajout des points évalués à l'itération k au plan d'expériences



Modèle de substitution

■ Le modèle de Krigeage

- Fonctions de corrélation d'après Zhou, Quian, and Zhou (2011)
- Programme Matlab (S. Da Veiga) utilisant les outils DACE

■ Tests sur cas 1D

- nb de puits max : 4 (2 injecteurs, 2 producteurs)
- plan d'expérience : LHS pour chaque combinaison de variable entière

■ Optimisation du modèle (Pas de couplage avec NOMAD)

- 1^{er} cas : plusieurs optimisations successives du modèle
 - Maximisation du modèle avec NOMAD
 - Mise à jour du modèle en évaluant la solution de l'optimisation
- 2^{ème} cas : optimisation de l'espérance de gain (M. Schonlau, W.J. Welch and D.R. Jones, 1998)



Noyau de covariance « mixte »

$$\mathbf{w}_i = (\mathbf{x}_i^t, c_i)^t$$

$$\begin{aligned} \text{cor}(\varepsilon(\mathbf{w}_1), \varepsilon(\mathbf{w}_2)) &= \text{cor}(\varepsilon_{c_1}(\mathbf{x}_1), \varepsilon_{c_2}(\mathbf{x}_2)) \\ &= \tau_{c_1, c_2} K(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2), \end{aligned}$$

$$\tau_{c_1, c_2} = \left[\prod_{j=1}^J \tau_{j, z_{j1}, z_{j2}} \right]$$

$$\mathbf{T} = \{\tau_{r,s}\} \quad \longrightarrow \quad \begin{aligned} \mathbf{T} &= \mathbf{L}\mathbf{L}^t, \\ \mathbf{L} &= \{l_{r,s}\} \end{aligned}$$

$$\theta_{r,s} \in (0, \pi)$$

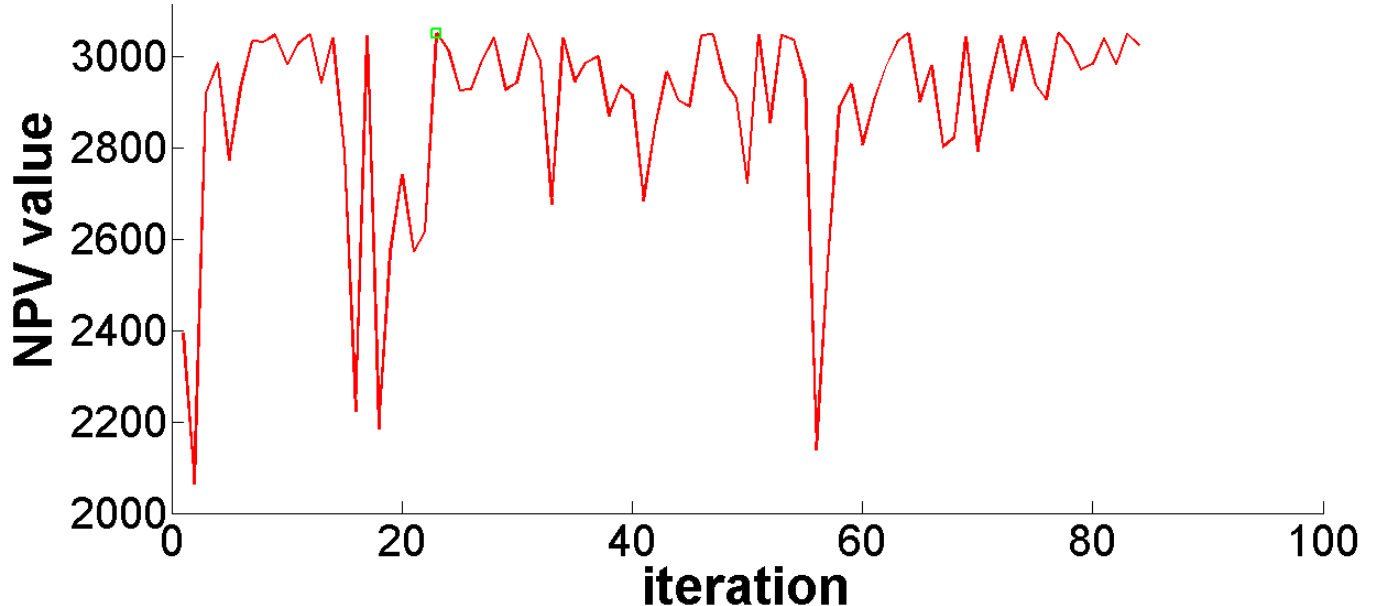
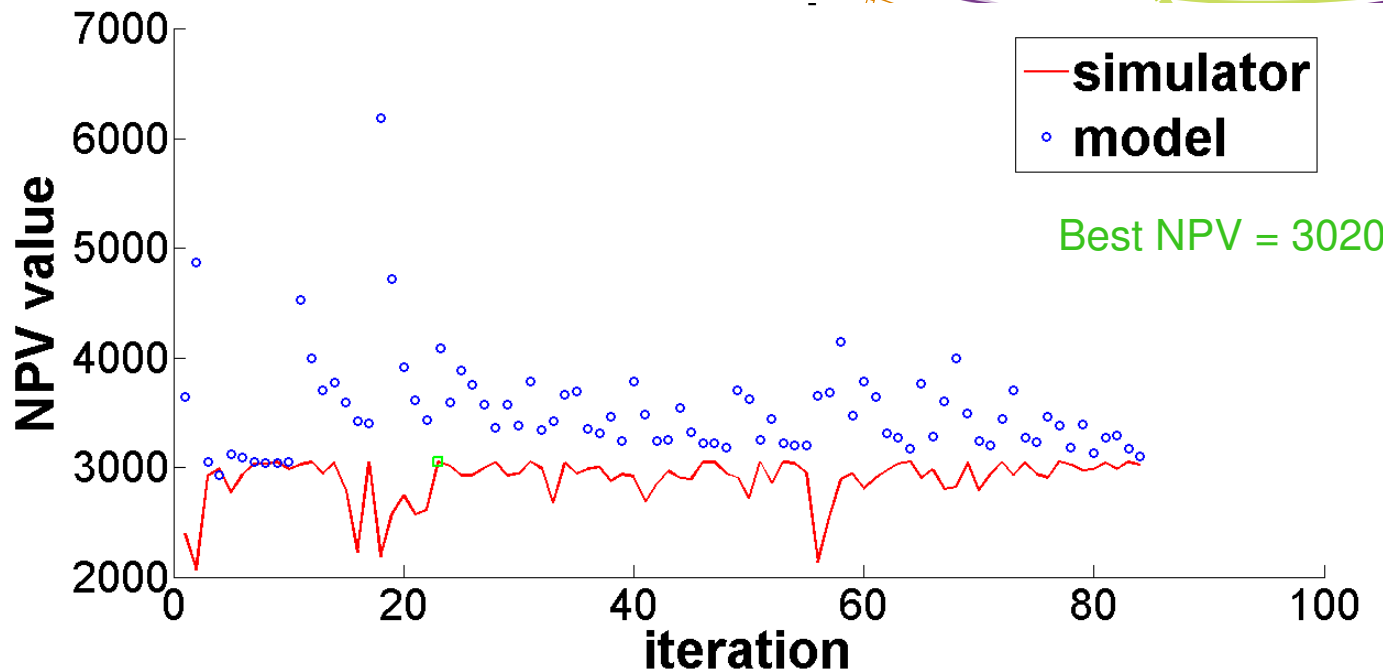
$$\begin{cases} l_{r,1} = \cos(\theta_{r,1}) \\ l_{r,s} = \sin(\theta_{r,1}) \cdots \sin(\theta_{r,s-1}) \cos(\theta_{r,s}) \\ \quad \text{for } s = 2, \dots, r-1 \\ l_{r,r} = \sin(\theta_{r,1}) \cdots \sin(\theta_{r,r-2}) \sin(\theta_{r,r-1}), \end{cases}$$



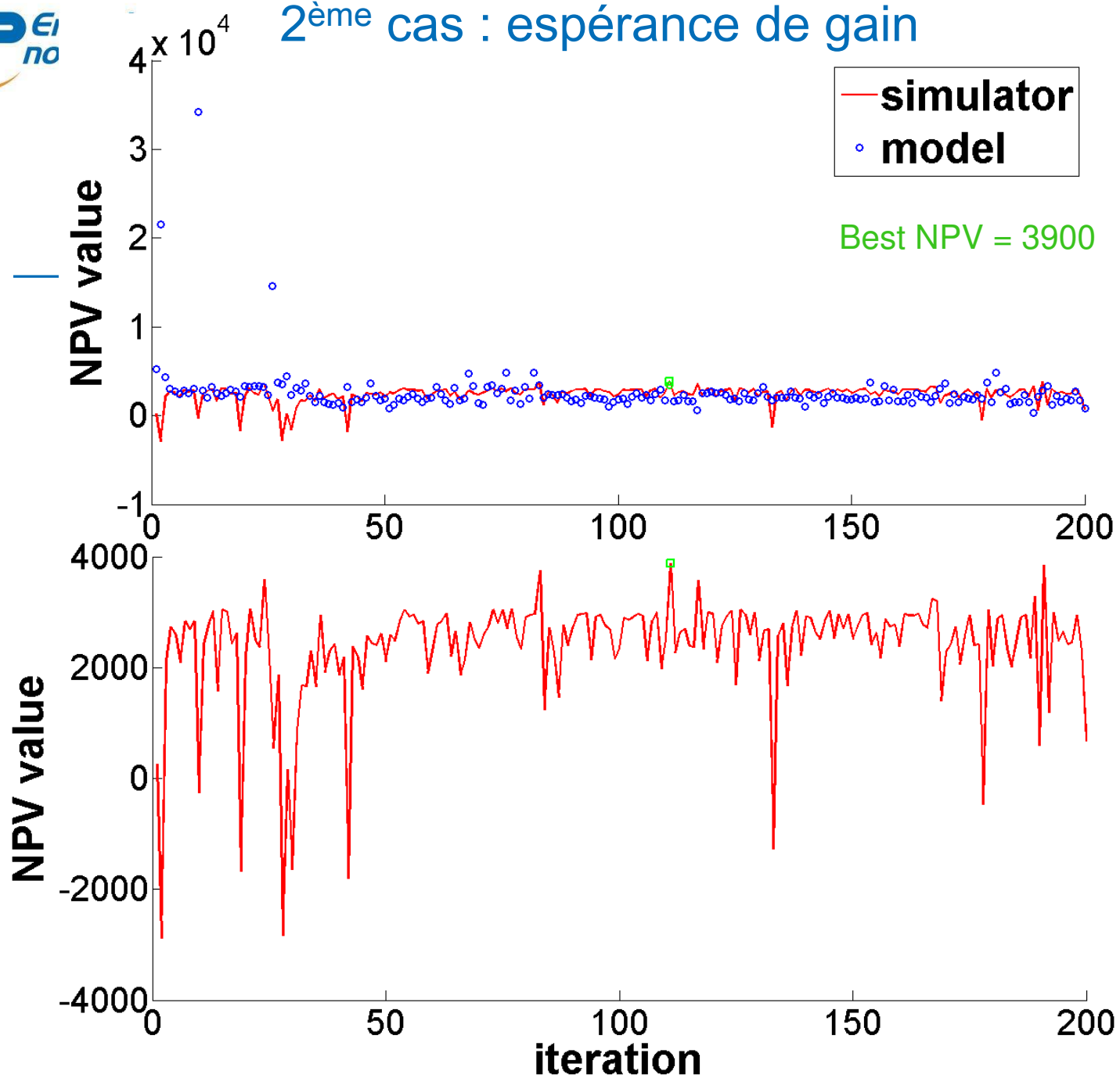
Résultats numériques sur cas 1D

- LHS initial : 165 simulations (1 LHS pour 2 puits, 2 LHS pour 3 puits, 1 LHS pour 4 puits)
- Construction du premier méta-modèle
- **Optimisation 1**
 - Maximisation du méta-modèle
 - Simulation de la solution obtenue
 - Mise à jour du méta-modèle
- **Optimisation 2**
 - Maximisation de l'espérance de gain avec plusieurs points initiaux associés aux 4 configurations possibles
 - Simulation des 4 solutions (si différentes) ou de la meilleure
 - Mise à jour du méta-modèle

1^{er} cas : optimisation du modèle



2^{ème} cas : espérance de gain



Problème 1, approche Black-box

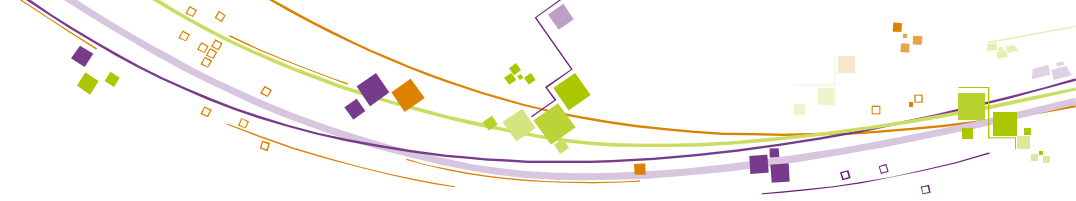
Conclusions

- Une méthode de recherche directe efficace : NOMAD
 - Mais coûteuse en évaluations
- Modèles de substitution
 - A combiner avec NOMAD (étape d'exploration)
 - Le nombre de variables doit rester restreint
 - Plan d'expériences pour la construction du modèle
- Application sur le cas Brugge :
 - Ajout d'un nombre limité de puits injecteurs ou producteurs dans des zones sélectionnées

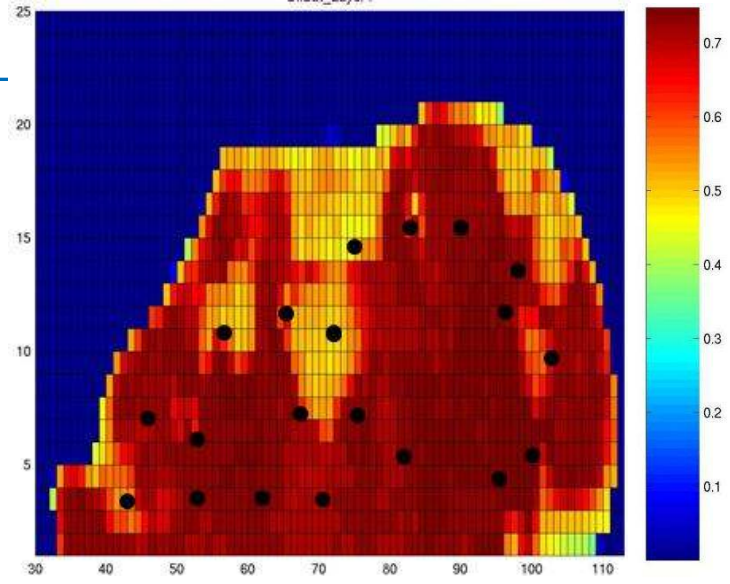


Plan

- Le problème de placement de puits
 - Problème 1 : Approche Black-box
 - Problème 2 : Approche MINLP
- Résolution du problème 1
- Résolution du problème 2
- Conclusion



Problème 2



- Améliorer une configuration à puits verticaux
 - ajout de branches sur les puits existants
 - ajout de puits verticaux
- Données provenant d'une simulation à configuration à puits verticaux
 - attribution de scores aux mailles pour identifier les zones d'intérêt
 - Saturation en huile calculée par le simulateur sur le modèle solution du problème 1 d'optimisation

Formulation du problème 2

$$\min \sum_{j \in \Gamma, n \in \Phi} q_{jn} (\Sigma(z_j, w_{jn}) - \Theta_j)$$

Coût de forage d'une branche

$$\Sigma(z_j, w_{jn}) = A(\|w_{jn} - z_j\|)^2 + D$$

Profit généré par une branche

$$\Theta_j = \sum_{i \in \Pi} x_{ij} O_i C$$

Contraintes

$$q_{jn} \leq y_j \quad \forall n \in \Phi, j \in \Gamma$$

$$f_j \leq 1 - \sum_{n \in \Phi} q_{jn} \quad \forall n \in \Phi, j \in \Gamma$$

$$s_{jn} \leq q_{jn} L^2 \quad \forall j \in \Gamma, n \in \Phi$$

$$s_{jn} \leq q_{jn} d s_{jn} \quad \forall j \in \Gamma, n \in \Phi$$

$$s_{jn} \geq q_{jn} d s_{jn} \quad \forall j \in \Gamma, n \in \Phi$$

$$\sum_{j \in \Gamma} x_{ij} d z_{ij} \leq R^2 \quad \forall i \in \Pi$$

$$\sum_{j \in \Gamma} q_{jn} \leq 3 \quad \forall n \in \Phi$$

$$V_n \leq w_n \leq W_n \quad \forall n \in \Phi$$

$$Y_j \leq z_j \leq Z_j \quad \forall j \in \Gamma$$

$$\sum_{j \in \Gamma} x_{ij} \leq 1 \quad \forall i \in \Pi$$

$$x_{ij} \leq y_j \quad \forall i \in \Pi, j \in \Gamma$$

$$y_j \leq \sum_{i \in \Pi} x_{ij} \quad j \in \Gamma$$

$$d s_{jn} = \sum_{\substack{d \in \Delta \\ d \neq D_{max}}} (V_{nd} - z_{jd})^2 + ((V_{nD_{max}} + w_{jn}) - z_{jD_{max}})^2 \quad \forall j \in \Gamma, n \in \Phi$$

$$d z_{ij} = \sum_{d \in \Delta} (X_{id} - z_{jd})^2 \quad \forall j \in \Gamma, i \in \Pi, m \neq n$$

Formulation du problème 2

$$\min \sum_{j \in \Gamma, n \in \Phi} q_{jn} (\Sigma(z_j, w_{jn}) - \Theta_j)$$

Coût de forage d'une branche
 $\Sigma(z_j, w_{jn}) = A(\|w_{jn} - z_j\|)^2 + D$

Profit généré par une branche
 $\Theta_j = \sum_{i \in \Pi} x_{ij} O_i C$

Contraintes

$$q_{jn} \leq y_j \quad \forall n \in \Phi, j \in \Gamma$$

$$L \leq \sum_{n \in \Phi} q_{jn} \leq U \quad \forall j \in \Gamma$$

Longueur max de branche

$$s_{jn} \leq q_{jn} L^2 \quad \forall j \in \Gamma, n \in \Phi$$

$$s_{jn} \leq q_{jn} d s_{jn} \quad \forall j \in \Gamma, n \in \Phi$$

$$s_{jn} \geq q_{jn} d s_{jn} \quad \forall j \in \Gamma, n \in \Phi$$

$$\sum_{j \in \Gamma} x_{ij} d z_{ij} \leq R^2 \quad \forall i \in \Pi$$

Rayon max du cluster

$$\sum_{j \in \Gamma} q_{jn} \leq 3 \quad \forall n \in \Phi$$

$$V_n \leq w_n \leq W_n \quad \forall n \in \Phi$$

$$Y_j \leq z_j \leq Z_j \quad \forall j \in \Gamma$$

$$\sum_{j \in \Gamma} x_{ij} \leq 1 \quad \forall i \in \Pi$$

$$x_{ij} \leq y_j \quad \forall i \in \Pi, j \in \Gamma$$

$$y_j \leq \sum_{i \in \Pi} x_{ij} \quad j \in \Gamma$$

Longueur de branche

$$d s_{jn} = \sum_{\substack{d \in \Delta \\ d \neq D_{max}}} (V_{nd} - z_{jd})^2 + ((V_{nD_{max}} + w_{jn}) - z_{jD_{max}})^2 \quad \forall j \in \Gamma, n \in \Phi$$

$$d z_{ij} = \sum_{d \in \Delta} (X_{id} - z_{jd})^2 \quad \forall j \in \Gamma, i \in \Pi, m \neq n$$



Formulation du problème 2

Principe

Avant l'optimisation

- Données provenant d'une simulation selon une configuration optimisée à puits verticaux
- Évaluation et tri des cellules du maillage selon un score
 - Score calculé à partir du volume d'huile (réponses du simulateur)

Optimisation

- Formation de cluster
 - Regroupement de cellules proches
- Formation de branches
 - Joindre le centre d'un cluster et un puits
- Ajout de puits verticaux
 - Atteindre un cluster trop distant des puits existants

Inconnues :

Point de jonction au cluster,
point de jonction du puits

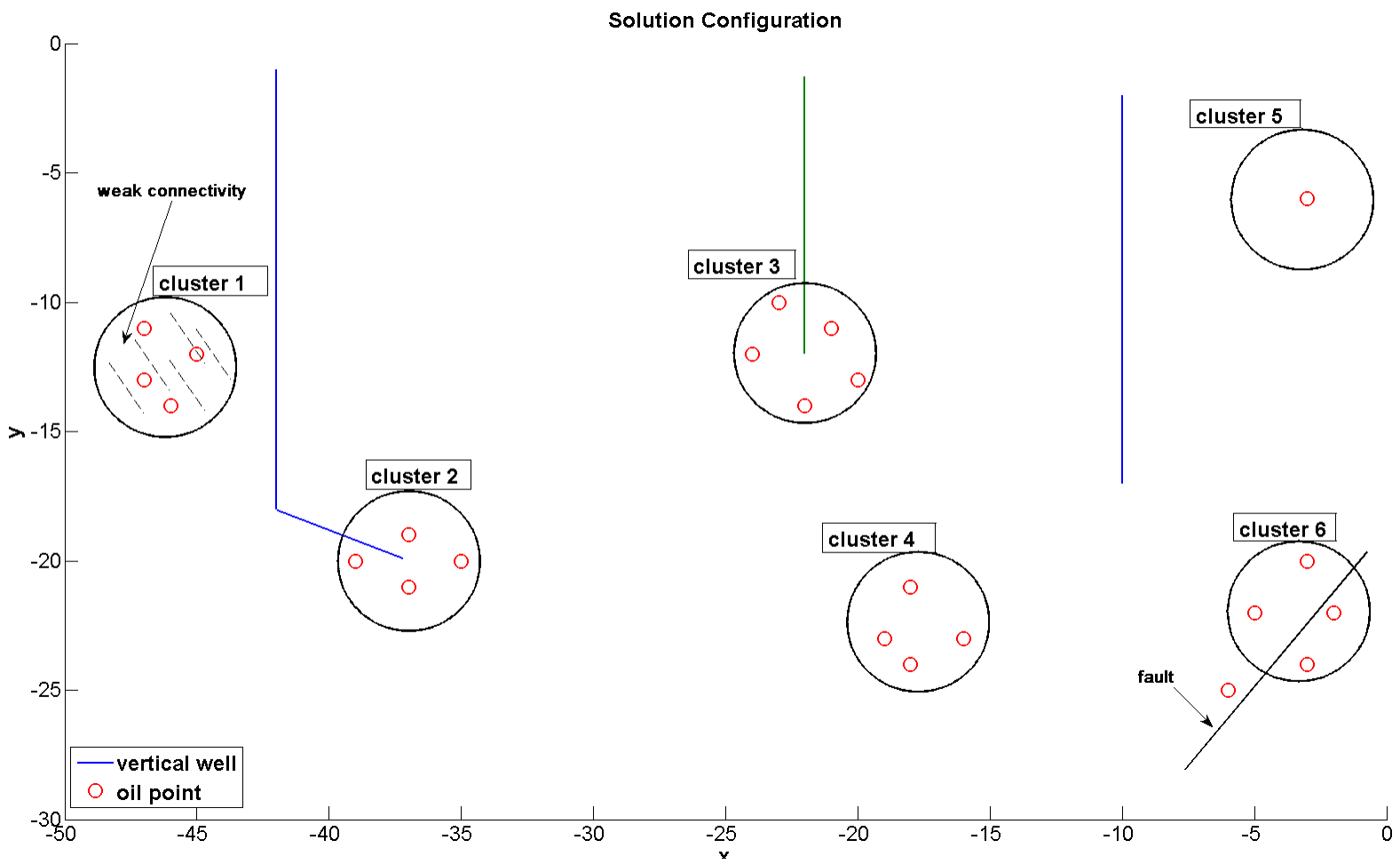
Contraintes :

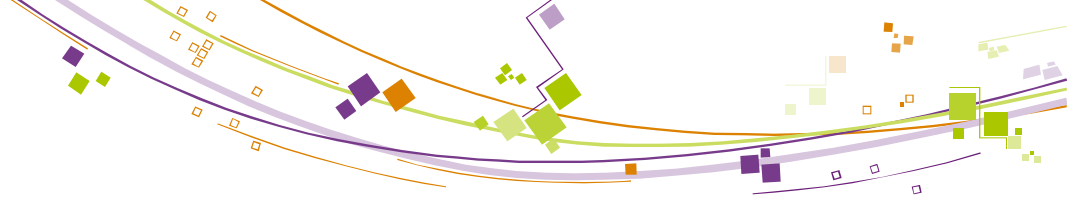
Rayon max du cluster, longueur
max de branches, distances
entre puits

Validation par simulation : évaluation de la production cumulée d'huile



Illustration graphique





Résolution du Problème 2

■ Problème MINLP

- Formulation analytique connue et accessible
- Pas d'utilisation du simulateur « réservoir » pour évaluer la fonction

■ Modèle écrit avec Ampl

- Langage de modélisation algébrique pour la résolution de problèmes d'optimisation

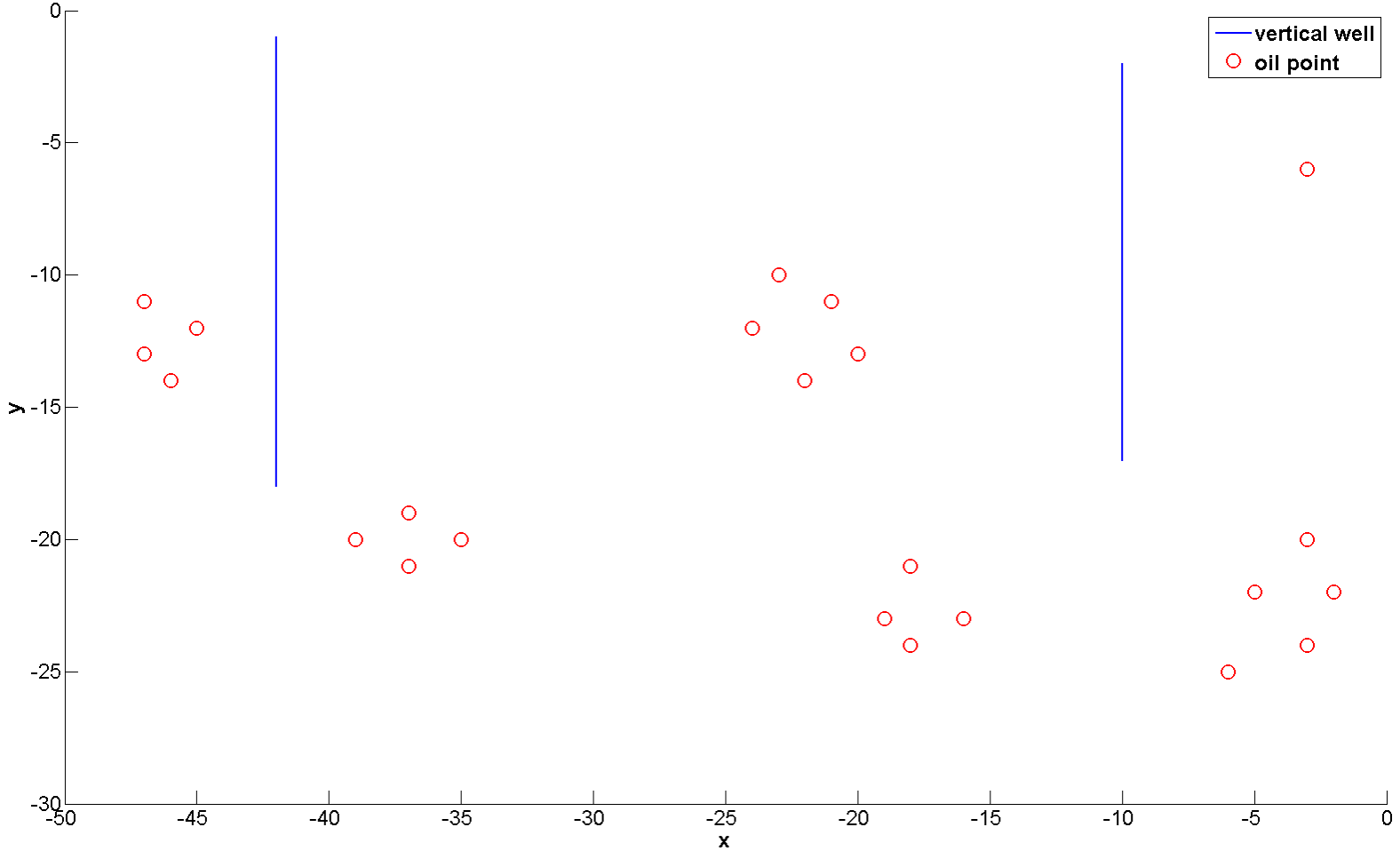
■ Méthodes de résolution MINLP classiques

- Solver BONMIN (Bonami, et al, 2009)
- Nombreux algorithmes disponibles
 - Branch-and-bound, Outer-approximation, méthodes hybrides

Application 2D

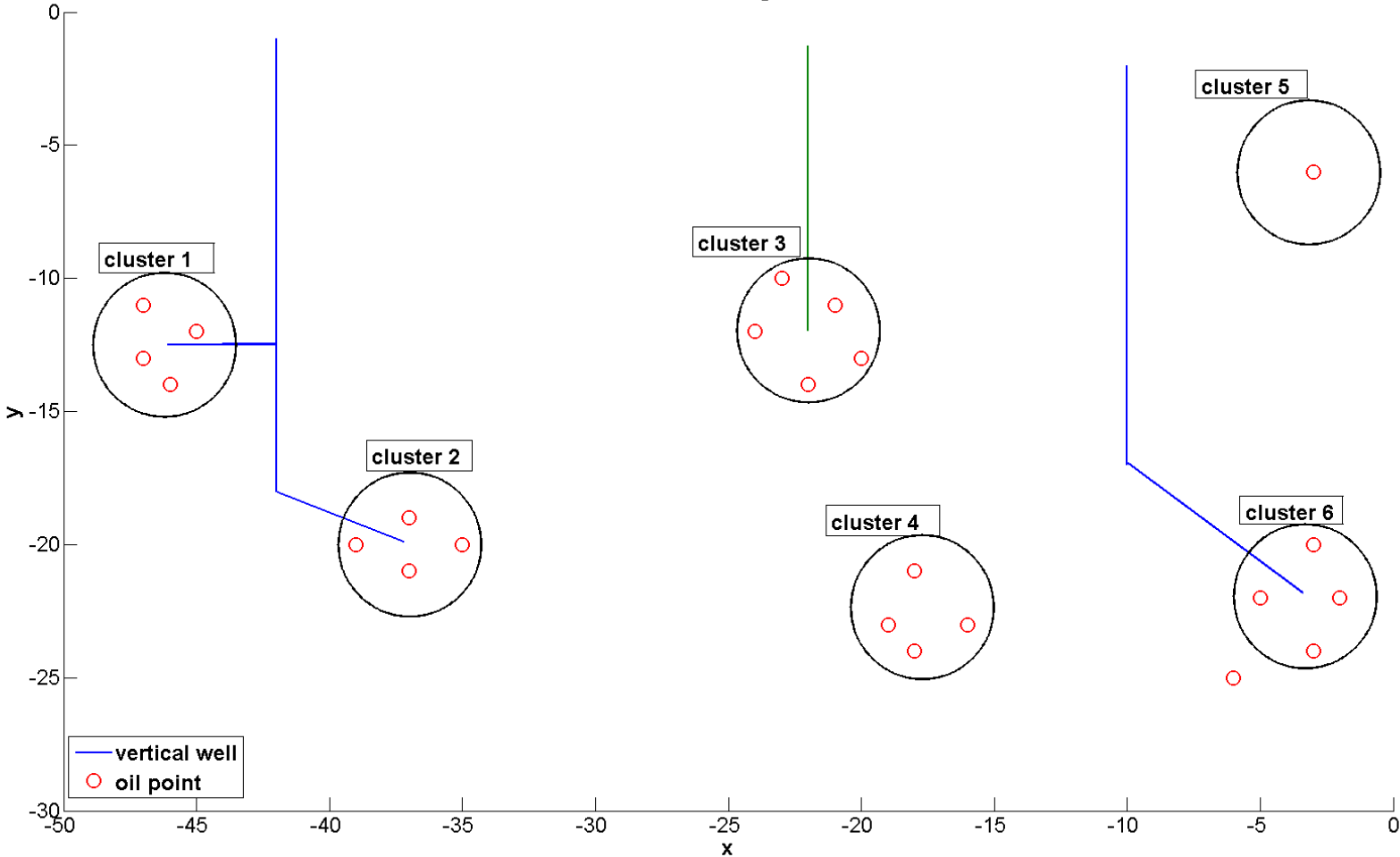
2 puits producteurs verticaux

Initial Configuration



Application 2D

Solution Configuration



Problème 2, approche MINLP

Conclusions

- **Méthodes d'optimisation MINLP classiques**
 - Coûteuses en évaluations
 - Mais le modèle est rapide à évaluer !
- **A suivre : application sur le cas Brugge**
 - Déterminer les « scores » à l'aide des bons attributs
 - Ajouts de branches sur une configuration à puits verticaux données



Conclusions, perspectives

- **Problème 1**
 - Utilisation de méthodes de recherche directes + modèles de substitution
 - Application sur une zone restreinte d'un réservoir 3D
- **Problème 2**
 - Mise en place d'un cas 2D réaliste
- **Application sur le cas 3D Brugge**
 - Enchaîner les 2 optimisations
 - Évaluer l'apport de la méthodologie proposée

