

GDR MASCOT NUM
Atelier - Incertitudes et systèmes d'évolution

IHP - 6 mai 2009

Madalina Deaconu (INRIA Nancy)
Clémentine Prieur (Université Joseph Fourier, Grenoble)

Incertitudes et systèmes d'évolution

Considérons un phénomène physique décrit par un modèle déterministe (EDO ou EDP) ou stochastique (EDS, EDPS)

Sources d'incertitudes

- erreurs de mesures
- paramètres incertains
- donnée initiale aléatoire
- conditions aux bords aléatoires
- incertitudes sur le modèle ...

Traitement possible

- estimation des inconnues à partir des données
- faire des prédictions
- quantifier les incertitudes
- estimer les prédictions
- améliorer les modèles ...

Incertitudes et systèmes d'évolution

Modèle basique

Considérons un système dont l'évolution est décrite par l'EDO (ou l'EDS)

$$\begin{cases} \frac{dX(t)}{dt} = F(X(t), \theta, g(t)) + \text{terme stochastique} \\ X(0) = x_0 \end{cases}$$

avec

- θ l'ensemble des paramètres
- $g(t)$ les données initiales et les conditions au bord

En général la variable d'intérêt $X(t)$ n'est pas observée. Les observations sont du type

$$Y_i = h(X(t_i)) + \varepsilon_i + f(t_i); i = 1, 2, \dots, n,$$

ε_i des mesures d'erreur.

Approches possibles

Méthodes

- maximum de vraisemblance, si uniquement les paramètres sont incertains
- méthodes de Monte Carlo
- méthodes particulières (dynamique des fluides)
- MCMC
- méthode bayésienne
- ...

Schéma

Donnée initiale $X(0)$ aléatoire

Soit $X(0)$ de loi ν_0 . On utilise les données jusqu'au temps i pour réduire les incertitudes pour $X(t_i)$.

Deux étapes

- **Prédiction** loi $\mu_i =$ Loi de $X(t_i)$ sachant Y_1, Y_2, \dots, Y_{i-1}
- **Filtrage** loi $\nu_i =$ Loi de $X(t_i)$ sachant Y_1, Y_2, \dots, Y_i .

Formules recursives pour évaluer ces lois, **propagation** (μ_i en fonction de ν_{i-1}) et **actualisation** (formule de Bayes).

Implémentation des formules (X dimension très grande) :

- méthode de Monte Carlo
- méthodes variationnelles

Objectifs de l'atelier

- présentation de problèmes actuels sur le sujet
- permettre les échanges entre savoir faire déterministe et savoir faire stochastique
- dégager des sujets de recherche ouverts

Programme

Matin

- *Julia Charrier* (INRIA Rennes et ENS Cachan Bretagne), Méthodes numériques pour le transport et la diffusion en milieu poreux aléatoire
- *Tamara Salameh* (Laboratoire des Sciences du Climat et de l'Environnement), Incertitudes dans la modélisation régionale du climat
- *Denis Guillaume* (IFP), Modélisation de grands réseaux par cinétique stochastique - Principes et applications à l'oligomérisation des oléfines

Programme

Après midi

- *Olivier Bardou* (GDF Suez), Prise en compte de l'aversion à l'incertitude dans les projets d'investissements
- Table ronde