

Analyse multicritère de la représentativité de bases expérimentales : application dans les études en sûreté nucléaire

R. Sueur (EDF R&D), J. Baccou (ASNR)

Travail en collaboration avec D. Kouzios (EDF R&D), M. Mérad (LAMSAD) et T. Glantz (ASNR)

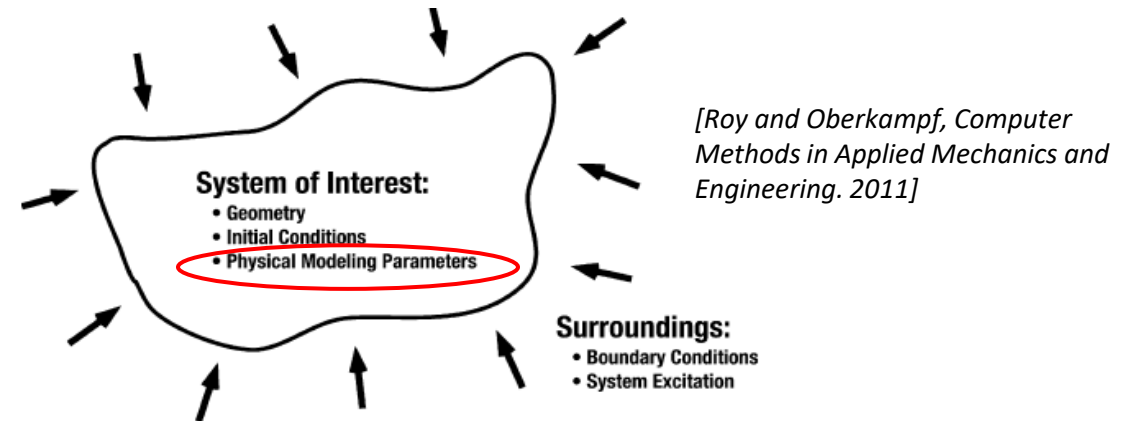
Workshop “Expériences et simulations : comment les planifier et les exploiter au mieux ?”

Plan

1. Introduction
2. Analyse de la pertinence d'un ensemble de bases expérimentales pour un objectif donné
3. Démarche méthodologique d'analyse multicritère de la représentativité
4. Application sur un cas réel en sûreté nucléaire
5. Conclusions et perspectives

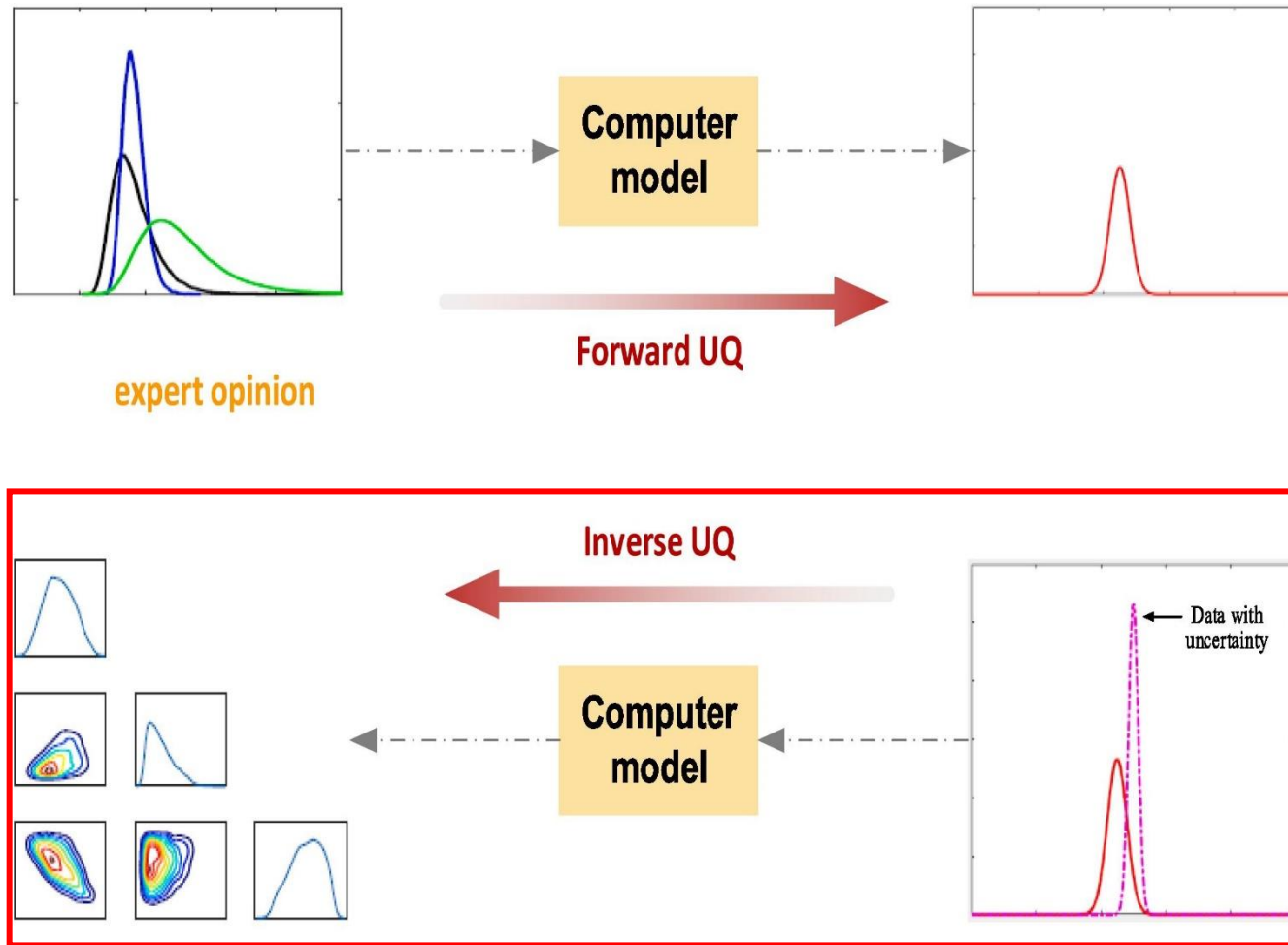
1. Introduction: Contexte

- Etudes par simulation numérique en thermohydraulique d'accidents nucléaires
- Etudes basées sur une approche BEPU:
 - BE (« Best-Estimate »): simulation basée sur des modèles physiques et des configurations des variables d'entrée réalistes
 - PU (« Plus Uncertainty »): **quantification des incertitudes associées à la simulation**
- Sources d'incertitudes associées aux:
 - “Entrées” des modèles
 - Approximations numériques
 - Formes des modèles



1. Introduction:

Prise en compte des incertitudes sur les paramètres des modèles physiques



[Wu et al., Nuclear Engineering and Design, 2021]

1. Introduction: quantification inverse des incertitudes

- « Propagation inverse » des écarts calcul/expérience

[SAPIUM, NEA, 2023]

Méthodes inverses: [Wu et al., Nucl Eng Des, 2021]

Fréquentiste: estimation des paramètres des pdfs en résolvant un problème d'optimisation

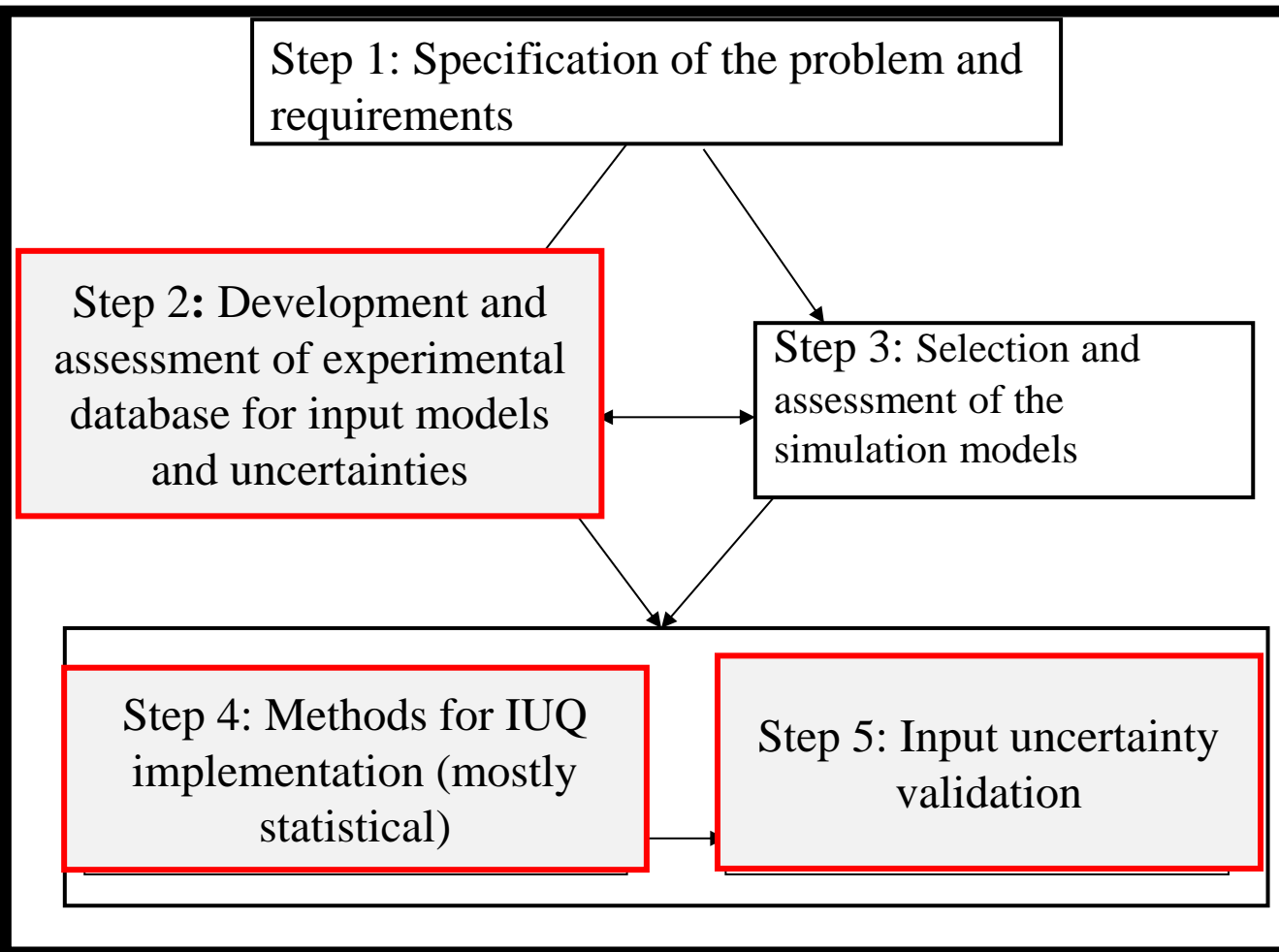
Bayésien: mise à jour des pdfs par la formule de Bayes après observation de données expérimentales

« Empirique »: estimation des paramètres des pdfs par méthode essai-erreur

Rôle majeur de la sélection des données expérimentales qui sont le plus souvent:

En faible quantité

Issues du même dispositif expérimental utilisé pour l'estimation d'un nombre important de paramètres physiques intervenant dans le code numérique



Comment analyser l'adéquation entre un ensemble d'essais expérimentaux et les paramètres dont on cherche à estimer l'incertitude?

2. Analyse de la pertinence d'un ensemble de bases expérimentales pour un objectif donné:

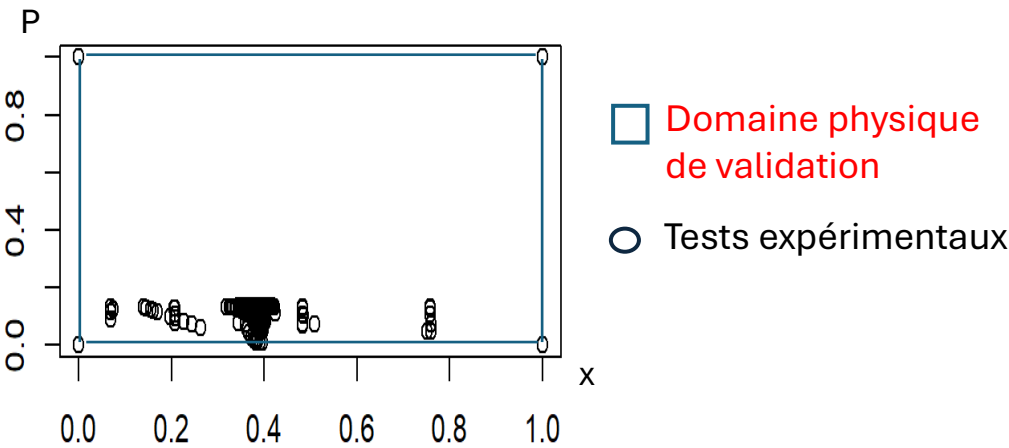
Objectif

Développement d'une méthode générique (indépendante d'un jeu de bases expérimentales particulier) et formelle (mathématisable, automatisable) afin de mettre à la disposition des ingénieurs des outils d'analyse de la pertinence

Exemple de bases expérimentales

		<i>D</i> [mm]	L/D	N° tests	Inlet pressure [bar]	Inlet thermodynamic quality [-]	Critical mass flux [kg/m²/s]
Sozzi - Sutherland	N2	12.7	0 – 140	358	56.0 – 71.3	-0.1439 – 0.0065	17528 - 75824
	N3	12.7	0	58	42.7 – 69.0	-0.2192 – 0.0060	33161 - 61226
	N4	19	0	23	56.0 – 66.3	-0.0095 – 0.0100	29295 - 51266
SMD	Div.	20.13	18	27	20.0 – 120.1	-0.0991 – -0.0005	15300 - 62200
	Exp.	20.0	20	12	20.0 – 120.1	-0.0991 – -0.0005	16100 - 61800
Marviken	13	200	3	1	40 – 52.8	< 0	23650 - 89200
	17	300	3.7	1	31 – 51.4	< 0	23600 - 61700
	24	500	0.33	1	25 – 51.7	< 0 (t < 30 s) > 0 (30 < t < 54 s)	18000 - 59750
Target domain LSTF		41	12	1	10 – 155	-0.15 – 1.0	1500 – 46000

Exemple de tests expérimentaux pour une base fixée

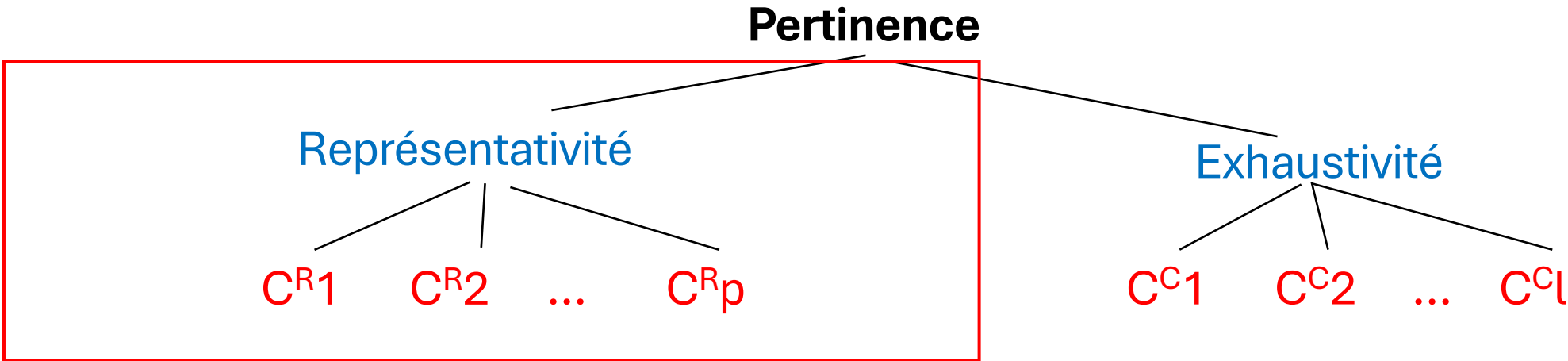


[Ghione et al., NURETH-20 conference, 2023]

[Baccou et al., Nuclear Engineering and Design, 2024]

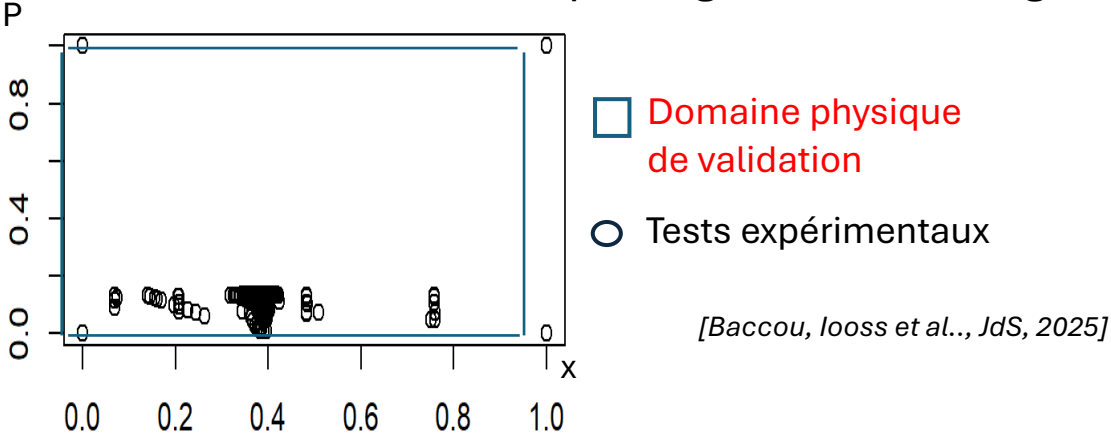
2. Analyse de la pertinence d'un ensemble de bases expérimentales: Un problème multicritère

[Baccou et al., Nuclear Engineering and Design, 2024]



Exemples de critères de représentativité	
C^{R1}	Fidélité (géométrie, conditions initiales et thermohydrauliques,...) avec le cas réel visé
C^{R2}	Contrôle des données expérimentales
C^{R3}	Modélisation des phénomènes physiques pour leur implémentation dans le code de calcul

Degré de couverture du domaine de validation (**pas toujours un hypercube**) par les points expérimentaux d'une base tout en favorisant les ensembles de points permettant d'explorer tout le domaine de validation sans privilégier certaines régions



3. Démarche méthodologique d'analyse multicritère de la représentativité: Structuration de la démarche

- Etape 1 : Constitution d'un groupe de travail (experts, décideurs, spécialistes des méthodes d'analyse) et spécification du problème
- Etape 2 : Identification des alternatives (e.g. bases de données expérimentales)
- Etape 3 : Définition d'une famille de critères de représentativité
- Etape 4 : Construction d'une procédure d'agrégation permettant de passer d'une analyse par critère à une analyse globale
- Etape 5: Choix d'un format de présentation des résultats
- Etape 6 : Analyse de robustesse et de sensibilité des résultats (e.g. par rapport à des seuils numériques utilisés dans la procédure d'agrégation).

3. Démarche méthodologique d'analyse multicritère de la représentativité: Définition d'une famille de critères (Étape 3)

[Guide d'application d'une méthodologie d'analyse multi-acteurs et multicritères d'aide à la décision (AMAMC), 2022]

Propriétés des critères:

- **Exhaustivité:** couvre l'ensemble des points de vue exprimés par les participants et l'ensemble des problématiques qu'ils jugent importantes
- **Cohérence:** assure la cohérence entre une préférence locale (pour un critère) et une préférence globale (pour tous les critères) : si EXP1 est considérée comme étant meilleur que EXP2 si, toutes évaluations égales par ailleurs, il est meilleur au moins sur un critère.
- **Non redondance:** interdit la présence de critères superflus

Indicateurs:

- Mesurable et observable
- Dispose d'une échelle de sélection (nominale, ordinale, etc.)

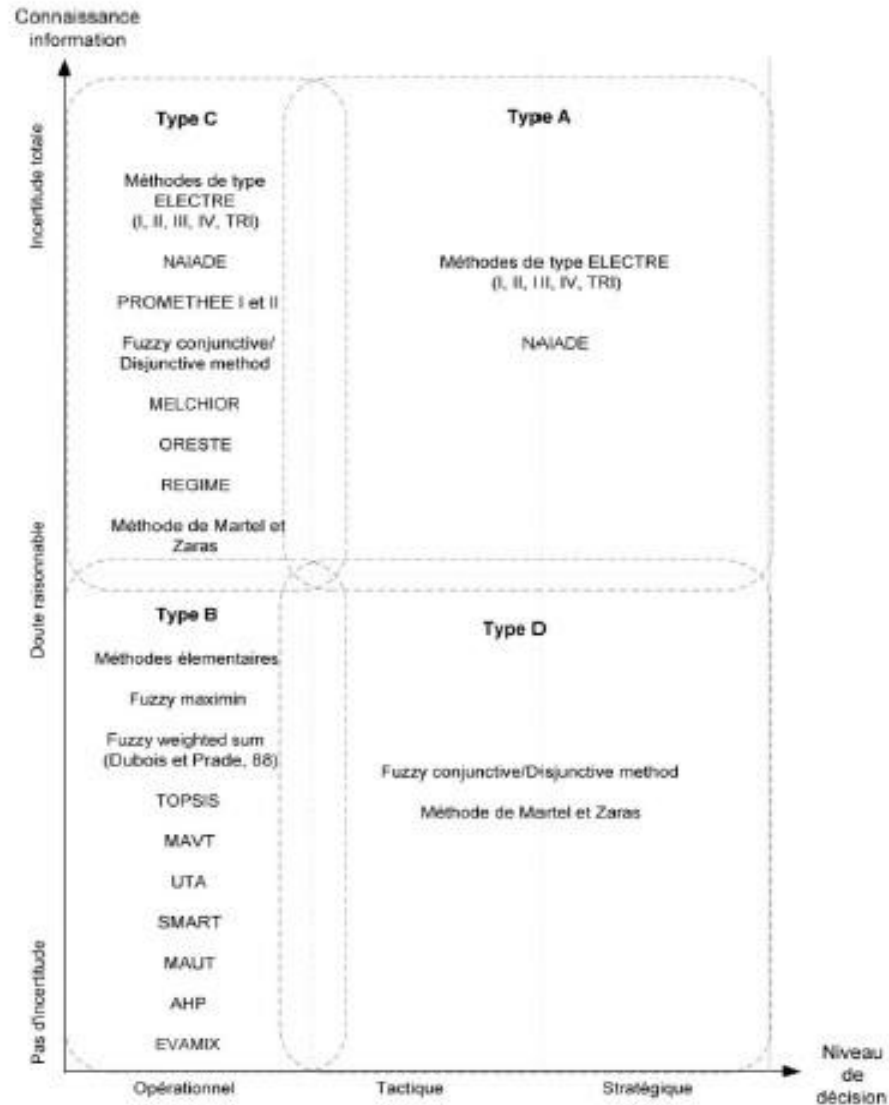
Pondération:

- reflète l'importance de chaque critère

3. Démarche méthodologique d'analyse multicritère de la représentativité: Agrégation (Etape 4) et Présentation des résultats (Etape 5)

[Mérad, Aide à la décision et expertise en gestion des risques, 2010]

[Roy, Multicriteria Methodology for Decision Aiding, 1996]



Différents types de problématiques décisionnelles

CHOIX:
IDENTIFIER LA
MEILLEUR
ALTERNATIVE

RANGEMENT:
ÉTABLIR UN
ORDE DE
PRÉFÉRENCES

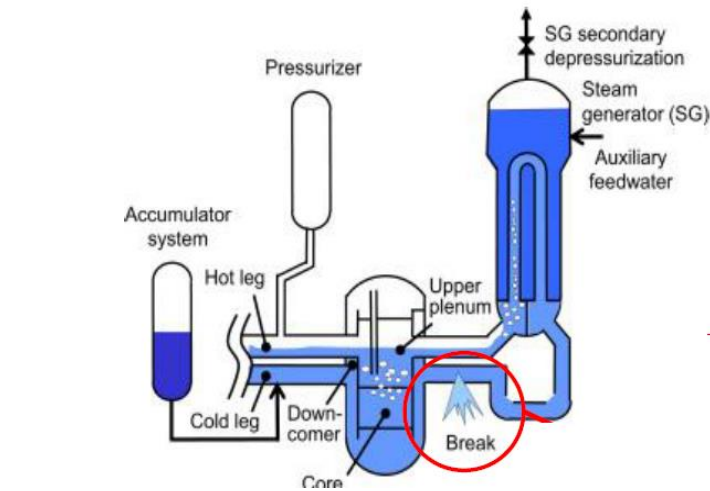
TRI: GROUPER
LES
ALTERNATIVES EN
CATÉGORIE

DESCRIPTION:
EXPLORER ET
CLARIFIER LES
PRÉFÉRENCES

4. Application de la méthode d'analyse de la représentativité sur un cas réel en sûreté nucléaire:
Contexte

Plus d'informations dans la présentation
de L. Sargentini et A. Ghione

- Projet international ATRIUM [Ghione et al., NURETH-20 conference, 2023]
- Quantification des incertitudes dans le cadre de la simulation numérique de phénomènes physiques d'intérêt ayant lieu pendant un accident de perte de réfrigérant primaire par une brèche de taille intermédiaire dans un réacteur nucléaire
- 2 exercices :
 - Exercice 1: tests à effets séparés (un phénomène physique influent)
 - Etude du débit critique à la brèche
 - 8 bases expérimentales
 - Exercice 2: tests à effets combinés (plusieurs phénomènes physiques influents) :
 - Etude du transfert de chaleur post-CHF
 - 6 bases expérimentales
- Évaluation de la représentativité de chaque base



		D [mm]	L/D	N° tests	Inlet pressure [bar]	Inlet thermodynamic quality [-]	Critical mass flux [kg/m²/s]
Sozzi - Sutherland	N2	12.7	0 – 140	358	56.0 – 71.3	-0.1439 – 0.0065	17528 - 75824
	N3	12.7	0	58	42.7 – 69.0	-0.2192 – 0.0060	33161 - 61226
	N4	19	0	23	56.0 – 66.3	-0.0095 – 0.0100	29295 - 51266
SMD	Div.	20.13	18	27	20.0 – 120.1	-0.0991 – -0.0005	15300 - 62200
	Exp.	20.0	20	12	20.0 – 120.1	-0.0991 – -0.0005	16100 - 61800
Marviken	13	200	3	1	40 – 52.8	< 0	23650 - 89200
	17	300	3.7	1	31 – 51.4	< 0	23600 - 61700
	24	500	0.33	1	25 – 51.7	< 0 (t < 30 s) > 0 (30 < t < 54 s)	18000 - 59750
Target domain LSTF		41	12	1	10 – 155	-0.15 – 1.0	1500 – 46000

4. Application de la méthode d'analyse de la représentativité sur un cas réel en sûreté nucléaire:

Identification des alternatives (Etape 2) et définition de la famille de critères (Etape 3)

Experimental databases	Abbreviated name
ATRIUM exercise I	
Sozzi-Sutherland Nozzle 2	S2
Sozzi-Sutherland Nozzle 3	S3
Sozzi-Sutherland Nozzle 4	S4
Super Moby-Dick with divergent	SMD_div
Super Moby-Dick with expansion	SMD_exp
Marviken CFT test 13	M13
Marviken CFT test 17	M17
Marviken CFT test 24	M24

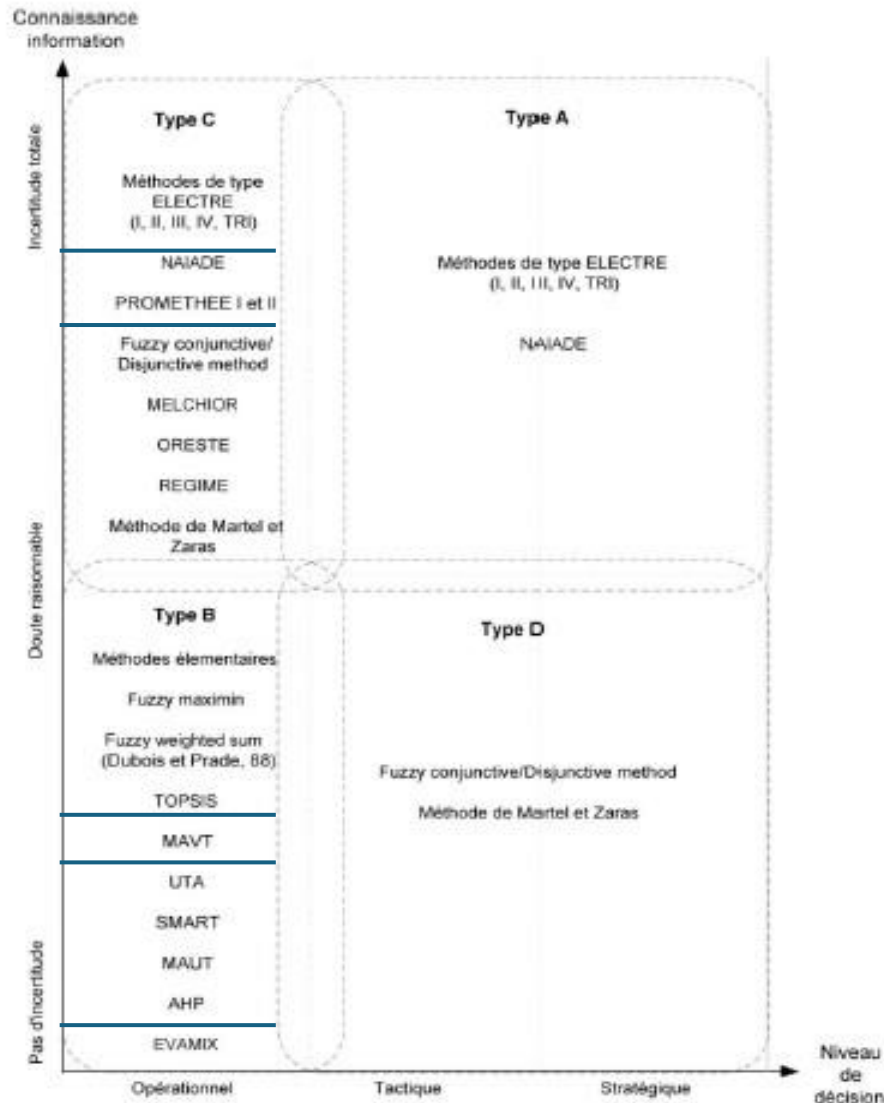
Experimental databases
ATRIUM exercise II
Becker Test Section 1
Becker Test Section 2
Becker Test Section 3
Stewart
THTF Dispersed Flow Film Boiling
THTF Uncovered Bundle

Critères de représentativité	
C ^R 1	Fidélité (géométrie, conditions initiales et thermohydrauliques,...) avec le cas réel visé
C ^R 2	Contrôle des données expérimentales
C ^R 3	Modélisation des phénomènes physiques pour leur implémentation dans le code de calcul

Echelle de valeurs	Comparaison entre importance des critères et entre représentativité des bases expérimentales
1	Aussi important / Autant représentative
3	Modérément plus important/représentative
5	Fortement plus important/représentative
7	Très fortement plus important/représentative
9	Extrêmement plus important/représentative
Entre 1 et 9	Valeurs intermédiaires entre les situations précédentes

4. Application de la méthode d'analyse de la représentativité sur un cas réel en sûreté nucléaire :

Méthodes d'agrégation testées (Etape 4) - Alternatives à AHP utilisée dans ATRIUM



Méthodes appartenant à des approches opérationnelles différentes d'agrégation des performances:

- Agrégation en critère unique de synthèse: synthétiser la famille de critères en un seul critère

MAVT: basée sur une fonction d'utilité

TOPSIS: basée sur une méthode de distance

- Agrégation par surclassement de synthèse: passer d'une relation de comparaison établie sur chaque critère à une relation de comparaison globale

ELECTRE III: rangement partiel

PROMETHEE II: rangement complet

4. Application de la méthode d'analyse de la représentativité sur un cas réel en sûreté nucléaire :

Résultats Exercice 1 (Etape 5) – Evaluations par critère

EDF	Cr1	Cr2	Cr3	ASNR	Cr1	Cr2	Cr3
Sozzi-Sutherland Nozzle 2	5	5	5	Super Moby Dick with divergent	7	6	7.5
Sozzi-Sutherland Nozzle 3	3	5	5	Super Moby Dick with expansion	7	6	7.5
Sozzi-Sutherland Nozzle 4	7	5	5	Marviken Test 13	5	5.3	7.5
Super Moby-Dick with divergent	7	7	7	Marviken Test 17	5	5.3	7.5
Super Moby-Dick with expansion	7	7	7	Marviken Test 24	5	5.3	7.5
Marviken CFT test 13	5	5	5	Sozzi Nozzle 2	5	2.3	6.5
Marviken CFT test 17	4	5	5	Sozzi Nozzle 3	4	2.3	6.5
Marviken CFT test 24	3	5	5	Sozzi Nozzle 4	1.5	2.3	6.5

EDF	Poids d'importance	ASNR	Poids d'importance
Cr ₁	0.4	Cr ₁	0.1
Cr ₂	0.2	Cr ₂	0.45
Cr ₃	0.4	Cr ₃	0.45

4. Application de la méthode d'analyse de la représentativité sur un cas réel en sûreté nucléaire :

Résultats Exercice 1 (Etape 5) – Rangement des bases expérimentales après agrégation des évaluations

PROMETHEE II		ELECTRE III	
EDF	ASNR	EDF	ASNR
SMD_div	SMD_div	SMD_div	SMD_div
SMD_exp	SMD_exp	SMD_exp	SMD_exp
S3	M17	S3	M17
S2	M24	M13	M24
M13	M13	M17	M13
S4	S2	M24	S2
M24	S4	S1	S4
M17	S3	S2	S3
TOPSIS		MAVT	
EDF	ASNR	EDF	ASNR
SMD_div	SMD_div	SMD_div	SMD_div
SMD_exp	SMD_exp	SMD_exp	SMD_exp
S4	M17	M13	M17
M13	M24	M17	M24
S2	M13	S4	M13
M17	S2	M24	S2
M24	S4	S2	S4
S3	S3	S3	S3

- Consensus sur les 2 bases les plus représentatives
- Désaccord sur un classement complet
- Influence de l'évaluation des experts

4. Application de la méthode d'analyse de la représentativité sur un cas réel en sûreté nucléaire :

Résultats Exercice 2 (Etape 5) – Evaluations par critère

EDF	C ^r ₁	C ^r ₂	C ^r ₃
Becker Test Section 1	3.75	6	3
Becker Test Section 2	4.5	6	3
Becker Test Section 3	3.75	6	3
Stewart	6	6	5
THTF Dispersed Flow Film Boiling	7	6	5
THTF Uncovered Bundle	8	7	7

ASNR	Cr1	Cr2	Cr3
Becker Test Section 1	3	3	6.3
Becker Test Section 2	4.5	3	6.3
Becker Test Section 3	3	3	6.3
Stewart	3.5	5	6.3
THTF Dispersed Flow Film Boiling	6	5	8.6
THTF Uncovered Bundle	7	6	8.6

EDF	Importance weight
C ^r ₁	0.4
C ^r ₂	0.2
C ^r ₃	0.4

ASNR	Importance weight
C ^r ₁	0.1
C ^r ₂	0.45
C ^r ₃	0.45

4. Application de la méthode d'analyse de la représentativité sur un cas réel en sûreté nucléaire :

Résultats Exercice 2 (Etape 5) – Rangement des bases expérimentales après agrégation des évaluations

ELECTRE III		PROMETHEE II	
EDF	IRSN	EDF	IRSN
THTF Uncovered Bundle	THTF Uncovered Bundle	THTF Uncovered Bundle	THTF Uncovered Bundle
THTF Dispersed Flow Film Boiling	THTF Dispersed Flow Film Boiling	THTF Dispersed Flow Film Boiling	THTF Dispersed Flow Film Boiling
Stewart	Becker Test Section 2	Stewart	Becker Test Section 2
Becker Test Section 2	Stewart	Becker Test Section 2	Stewart
Becker Test Section 1	Becker Test Section 3	Becker Test Section 1	Becker Test Section 3
Becker Test Section 3	Becker Test Section 1	Becker Test Section 3	Becker Test Section 1
TOPSIS		MAVT	
EDF	IRSN	EDF	IRSN
THTF Uncovered Bundle	THTF Uncovered Bundle	THTF Uncovered Bundle	THTF Uncovered Bundle
THTF Dispersed Flow Film Boiling	THTF Dispersed Flow Film Boiling	THTF Dispersed Flow Film Boiling	THTF Dispersed Flow Film Boiling
Stewart	Becker Test Section 2	Stewart	Becker Test Section 2
Becker Test Section 2	Stewart	Becker Test Section 2	Stewart
Becker Test Section 1	Becker Test Section 3	Becker Test Section 1	Becker Test Section 3
Becker Test Section 3	Becker Test Section 1	Becker Test Section 3	Becker Test Section 1

- Consensus sur les 2 bases les plus représentatives et les moins représentatives
- Désaccord sur un classement complet

ELECTRE III Method

Decision matrix g_{ij}
Criteria weights
Threshold values: p, q, v

$$c_j(a_i, a_k) = \begin{cases} 1 & \text{if } g_j(a_i) \geq g_j(a_k) - q_j \\ 0 & \text{if } g_j(a_i) \leq g_j(a_k) - p_j \\ \frac{p_j - (g_j(a_k) - g_j(a_i))}{p_j - q_j} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Partial concordance & discordance

$$d_j(a_i, a_k) = \begin{cases} 0 & \text{if } g_j(a_i) \geq g_j(a_k) - p_j \\ 1 & \text{if } g_j(a_i) \leq g_j(a_k) - v_j \\ \frac{g_j(a_k) - g_j(a_i) - p_j}{v_j - p_j} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Partial matrices c, d

$$C(a_i, a_k) = \sum_{j=1}^n w_j \cdot c_j(a_i, a_k)$$

Sum of
partial
concordance

Credibility threshold λ

$$s(a, b) = \begin{cases} c(a, b) \cdot \prod_{j=1}^n (1 - d_j(a, b)) & \text{if } c(a, b) \geq \lambda \\ 0 & \text{if } c(a, b) < \lambda \end{cases}$$

Credibility score calculation

Verdict of preference

ELECTRE III sensitivity analysis

Scenario utilized:
(p,q,v) = (1,2,4)

Discriminant
scenario: (p,q,v) =
(1,1,3)

Tolerant scenario:
(p,q,v) = (3,3,6)

Thresholds used		Discriminant scenario		Tolerant scenario	
SMD_div	4,87	SMD_div	6	SMD_div	0,8
SMD_exp	4,87	SMD_exp	6	SMD_exp	0,8
S4	0,8	M13	1	S4	0,8
S2	0,4	S4	0	M13	0
M13	-0,53	M17	0	M17	0
S3	-2,6	M24	-2	S2	0
M17	-2,8	S2	-4	M24	-1,2
M24	-5	S3	-7	S3	-1,2

5. Conclusions et perspectives

- Développement et application d'une méthode générique et formelle afin de mettre à la disposition des ingénieurs des outils d'analyse de la pertinence de bases expérimentales
 - Analyse de la représentativité basée sur une approche multicritère
 - Analyse de l'exhaustivité exploitant une métrique « space-filling », enrichissement séquentiel d'une base existante
- Test de plusieurs approches multicritères alternatives à AHP pour mieux prendre en compte l'avis de l'expert (agrégation des différents critères)

5. Conclusions et perspectives

Perspectives

- Analyse fine des différences de rangement :
 - Analyses de sensibilité aux performances des bases pour les différents critères
 - Analyses de sensibilité aux paramètres de la méthode
- Prise en compte de l'aspect multi-acteur :
 - Intégration de l'évaluation du CEA et comparaison des résultats
 - Développement d'une méthodologie d'agrégation adaptée

Références

- Roy, Oberkampf, A comprehensive framework for verification, validation, and uncertainty quantification in scientific computing, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 200(25-28), pp. 2131-2144, 2011.
- Wu et al., A Comprehensive Survey of Inverse Uncertainty Quantification of Physical Model Parameters in Nuclear System Thermal-Hydraulics Codes, Nuclear Engineering and Design 384, 111460, 2021.
- SAPIUM: Development of a Systematic Approach for Input Uncertainty Quantification of the Physical Models in Thermal-Hydraulic Codes: Good Practice Guidance, NEA/CSNI/R(2020)16, 2023.
- Ghione, Sargentini et al.. Application of SAPIUM guidelines to Input Uncertainty Quantification: the ATRIUM project. 20th International Topical Meeting on Nuclear Reactor Thermal Hydraulics (NURETH 20), American Nuclear Society, Washington DC, United States, 2023.
- Baccou et al., A systematic approach for the adequacy analysis of a set of experimental databases: Application in the framework of the ATRIUM activity, Nuclear Engineering and Design, 421, 113035, 2024.
- Baccou, looss et al., Etude d'indicateurs de pertinence d'une base de données expérimentales pour la validation de codes de calculs. Application sur la simulation de transitoires thermohydrauliques accidentels, Journées de Statistique de la SFDS, 2025.
- Guide d'application d'une méthodologie d'analyse multi-acteurs et multicritères d'aide à la décision (AMAMC), 2022
- M. Merad, Aide à la décision et expertise en gestion des risques, Tec et Doc - Lavoisier, 2010
- B. Roy, Multicriteria Methodology for Decision Aiding, Kluwer Academic Publishers, 1996.

ATRIUM I: CEA

EDF	Cr1	Cr2	Cr3
Sozzi-Sutherland Nozzle 2	0.18	0.08	0.16
Sozzi-Sutherland Nozzle 3	0.04	0.08	0.03
Sozzi-Sutherland Nozzle 4	0.07	0.08	0.09
Super Moby-Dick with divergent	0.5	0.28	0.37
Super Moby-Dick with expansion	0.5	0.28	0.37
Marviken CFT test 13	0.07	0.16	0.12
Marviken CFT test 17	0.07	0.16	0.12
Marviken CFT test 24	0.06	0.16	0.1

CEA	Importance weight
C^r_1	0.2
C^r_2	0.4
C^r_3	0.4

C^r_1 = Fidelity with LSTF for the accidental transient of interest

C^r_2 = Control of experimental data

C^r_3 = Modelling of the physical phenomena for their implementation in the system code

ATRIUM I: EDF & IRSN

EDF	Cr1	Cr2	Cr3
Sozzi-Sutherland Nozzle 2	5	5	5
Sozzi-Sutherland Nozzle 3	3	5	5
Sozzi-Sutherland Nozzle 4	7	5	5
Super Moby-Dick with divergent	7	7	7
Super Moby-Dick with expansion	7	7	7
Marviken CFT test 13	5	5	5
Marviken CFT test 17	4	5	5
Marviken CFT test 24	3	5	5

IRSN	Cr1	Cr2	Cr3
Super Moby Dick with divergent	7	6	7.5
Super Moby Dick with expansion	7	6	7.5
Marviken Test 13	5	5.3	7.5
Marviken Test 17	5	5.3	7.5
Marviken Test 24	5	5.3	7.5
Sozzi Nozzle 2	5	2.3	6.5
Sozzi Nozzle 3	4	2.3	6.5
Sozzi Nozzle 4	1.5	2.3	6.5

EDF	Importance weights
C^r_1	0.4
C^r_2	0.2
C^r_3	0.4

IRSN	Importance weights
C^r_1	0.1
C^r_2	0.45
C^r_3	0.45

ATRIUM I: Results

PROMETHEE II		
EDF	IRSN	CEA
SMD_div	SMD_div	SMD_div
SMD_exp	SMD_exp	SMD_exp
S4	M17	M13
S2	M24	M17
M13	M13	S2
M17	S2	M24
S4	S4	S4
M24	S3	S3

ASNR: 1-2 and 2-3-4-5 and 6-7 between them are interchangeable

MAVT		
EDF	IRSN	CEA
SMD_div	SMD_div	SMD_div
SMD_exp	SMD_exp	SMD_exp
M13	M17	M17
M17	M24	M24
S4	M13	M13
M24	S2	S2
S2	S3	S3
S3	S4	S4

CEA: 1-2 and 3-4

EDF: 1-2 and 4-5 and 7-8

ASNR: 1-2 and 2-3-4-5 between them are interchangeable

TOPSIS		
EDF	IRSN	CEA
SMD_div	SMD_div	SMD_div
SMD_exp	SMD_exp	SMD_exp
S4	M17	S2
S2	M24	M17
M13	M13	M13
M17	S2	M24
S4	S4	S3
M24	S3	S4

CEA: M13 and M17 are interchangeable

ASNR: 1-2 and 23-4-5 and 67 between them are interchangeable

ELECTRE III		
EDF	IRSN	CEA
SMD_div	SMD_div	SMD_div
SMD_exp	SMD_exp	SMD_exp
S4	M17	M13
S2	M24	M17
M13	M13	S2
S3	S2	M24
M17	S4	S4
M24	S3	S3

ATRIUM II: CEA

CEA	C^r_1	C^r_2	C^r_3
Becker Test Section 1	6	6	8
Becker Test Section 2	7	6	8
Becker Test Section 3	3	6	8
Stewart	8	6	9
THTF Dispersed Flow Film Boiling	8	7	5
THTF Uncovered Bundle	9	7	5

CEA	Importance weight
C^r_1	0.2
C^r_2	0.4
C^r_3	0.4

ATRIUM II: EDF & IRSN

Experimental databases	C^r_1	C^r_2	C^r_3
Becker Test Section 1	3.75	6	3
Becker Test Section 2	4.5	6	3
Becker Test Section 3	3.75	6	3
Stewart	6	6	5
THTF Dispersed Flow Film Boiling	7	6	5
THTF Uncovered Bundle	8	7	7

EDF	Importance weight
C^r_1	0.4
C^r_2	0.2
C^r_3	0.4

IRSN	Cr1	Cr2	Cr3
Becker Test Section 1	3	3	6.3
Becker Test Section 2	4.5	3	6.3
Becker Test Section 3	3	3	6.3
Stewart	3.5	5	6.3
THTF Dispersed Flow Film Boiling	6	5	8.6
THTF Uncovered Bundle	7	6	8.6

IRSN	Importance weight
C^r_1	0.1
C^r_2	0.45
C^r_3	0.45

ATRIUM II: Results

Options becker 1 and 3 when at the end of the rank are always interchangeable

ELECTRE III		
EDF	IRSN	CEA
THTF Dispersed Flow Film Boiling	THTF Uncovered Bundle	Stewart
THTF Uncovered Bundle	THTF Dispersed Flow Film Boiling	Becker Test Section 2
Stewart	Stewart	Becker Test Section 1
Becker Test Section 2	Becker Test Section 1	Becker Test Section 3
Becker Test Section 1	Becker Test Section 2	THTF Dispersed Flow Film Boiling
Becker Test Section 3	Becker Test Section 3	THTF Uncovered Bundle

TOPSIS		
EDF	IRSN	CEA
THTF Uncovered Bundle	THTF Uncovered Bundle	Stewart
THTF Dispersed Flow Film Boiling	THTF Dispersed Flow Film Boiling	Becker Test Section 2
Becker Test Section 2	Stewart	Becker Test Section 1
Stewart	Becker Test Section 2	Becker Test Section 3
Becker Test Section 1	Becker Test Section 3	THTF Uncovered Bundle
Becker Test Section 3	Becker Test Section 1	THTF Dispersed Flow Film Boiling

PROMETHEE II		
EDF	IRSN	CEA
THTF Uncovered Bundle	THTF Uncovered Bundle	Stewart
THTF Dispersed Flow Film Boiling	THTF Dispersed Flow Film Boiling	Becker Test Section 2
Stewart	Stewart	Becker Test Section 1
Becker Test Section 2	Becker Test Section 2	Becker Test Section 3
Becker Test Section 1	Becker Test Section 3	THTF Uncovered Bundle
Becker Test Section 3	Becker Test Section 1	THTF Dispersed Flow Film Boiling

MAVT		
EDF	IRSN	CEA
THTF Uncovered Bundle	THTF Uncovered Bundle	THTF Uncovered Bundle
THTF Dispersed Flow Film Boiling	THTF Dispersed Flow Film Boiling	Stewart
Stewart	Stewart	THTF Dispersed Flow Film Boiling
Becker Test Section 2	Becker Test Section 2	Becker Test Section 2
Becker Test Section 1	Becker Test Section 1	Becker Test Section 1
Becker Test Section 3	Becker Test Section 3	Becker Test Section 3