

# Analyse de sensibilité globale basée sur les distributions des variables par l'utilisation d'un chaos polynomial

Y. Caniou<sup>1,2</sup>, B. Sudret<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Clermont Université, IFMA, EA 3867, Laboratoire de Mécanique et Ingénieries, BP 10448, F-63000 Clermont-Ferrand

<sup>2</sup> Phimeca Engineering, Centre d'Affaires du Zénith, 34 rue de Sarliève, 63800 Couron d'Auvergne

---

L'analyse de sensibilité globale étudie la façon dont les incertitudes des variables d'entrée d'un modèle peuvent influencer l'incertitude de sa sortie. Les méthodes les plus connues sont basées sur la décomposition de la variance [1]. Considérons un modèle  $Y = \mathcal{M}(X_1, \dots, X_N)$  avec  $N$  variables d'entrée aléatoires, ces méthodes permettent de décomposer la variance totale  $\text{Var}[Y]$  en variances partielles, ce qui conduit, après normalisation, à des indices de sensibilité tels que les indices de Sobol' de premier ordre  $S_i$  et les indices totaux  $S_{T_i}$ . Pour cela, il est nécessaire de calculer les moments conditionnels  $\text{Var}[E[Y|X_i]]$ . Le coût numérique de ces méthodes est alors proportionnel au nombre d'évaluations du modèle  $\mathcal{M}$ , celui-ci pouvant être supérieur à un million. Lorsque le modèle  $\mathcal{M}$  n'est pas une fonction analytique mais un modèle numérique comme un code éléments finis, chaque évaluation peut durer de quelques secondes à quelques heures et il devient alors impossible de l'exécuter de si nombreuses fois.

Les métamodèles permettent de construire une représentation précise  $\hat{\mathcal{M}}$  du modèle  $\mathcal{M}$  avec un nombre limité d'évaluations. Dans cette présentation, on se focalise sur une technique appelée expansion par chaos polynomial. Son approche consiste en l'approximation de la réponse aléatoire d'un modèle  $Y = \mathcal{M}(\mathbf{X})$  dans une base adaptée de dimension finie  $\{\psi_j(\mathbf{X}), j = 0, \dots, P-1\}$  comme suit :

$$Y \approx \hat{\mathcal{M}}(\mathbf{X}) = \sum_{j=0}^{P-1} a_j \psi_j(\mathbf{X}) \quad (1)$$

où les  $a_j$  sont les coefficients à calculer. L'expérience montre que lorsque pour un degré  $P$  élevé, la majorité des  $a_j$  sont nuls. Pour éviter le calcul inutile des coefficients hypothétiquement nuls, on utilise la méthode du chaos polynomial adaptatif creux basé sur LAR initialement décrit dans [2]. Cette technique utilise l'algorithme Least Angle Regression [3] qui calcule successivement les coefficients les plus significatifs jusqu'à ce qu'une précision cible soit atteinte. Le métamodèle  $\hat{\mathcal{M}}$  peut ensuite être évalué à faible coût pour le post-traitement, l'analyse de sensibilité par exemple [4].

Dans cette présentation, on étudie une nouvelle mesure d'importance pour les incertitudes introduite dans [5]. Cet indicateur de sensibilité globale évalue l'influence de l'incertitudes sur la variable d'entrée sur l'intégralité de la *distribution* de la variable de sortie sans aucune référence à l'un de ses moments. De plus, cette mesure d'importance indépendante peut également être définie lorsque les variables d'entrée  $\{X_1, \dots, X_N\}$  sont dépendantes. On propose d'évaluer cette méthode sur des cas tests classiques de la littérature traitant de l'analyse de sensibilité globale. La méthode est finalement appliquée à des modèles mécaniques, à savoir un portique et un treillis, pour lesquels on recherche les paramètres les plus influents sous la contrainte d'un critère de performance.

## Références

- [1] A. Saltelli et al. *Sensitivity analysis in practice*. John Wiley & Sons, Ltd, 2004.
- [2] G. Blatman. *Adaptive sparse polynomial chaos expansions for uncertainty propagation and sensitivity analysis*. PhD thesis, Université Blaise Pascal - Clermont II, October 2009.
- [3] B. Efron, T. Hastie, I. Johnstone, and R. Tibshirani. Least angle regression. *Annals of Statistics*, 32 :407–499, 2004.
- [4] B. Sudret. Global sensitivity analysis using polynomial chaos expansions. *Reliability Engineering and System Safety*, 93 :964–979, 2008.

- [5] E. Borgonovo. A new uncertainty importance measure. *Reliability Engineering and System Safety*, 92 :771–784, 2007.

## **Présentation et contexte général de la thèse**

Je suis diplômé de l’Institut Français de Mécanique Avancée de puis le mois de Juillet 2009 avec un double diplôme Ingénieur Mécanique et Master 2 Recherche Innovations Mécanismes Matériaux Structures. Mes expériences professionnelles m’ont mené de l’Université d’Arizona où j’ai étudié la RBDO appliquée à l’aéronautique, à Audi AG en Allemagne où j’ai travaillé sur la tenue en fatigue de carosseries soudées. J’ai effectué mon stage de fin d’études avec Phimeca Engineering SA. Celui-ci portait sur l’étude des algorithmes d’optimisation globale. A la suite de ce stage, une thèse CIFRE encadrée par Bruno Sudret m’a été proposé avec pour sujet l’analyse de sensibilité globale appliquées aux modèles imbriqués et multi-échelles.

La modélisation de systèmes complexes passe par la mise en place de plateformes de modélisation composée de plusieurs modèles numériques correspondant soit à différentes disciplines, soit à différents niveaux de précision. On dispose alors d’une chaîne modèles et de sous-modèles, les sorties des uns étant les entrées des autres. Dans ce contexte, il est impossible d’utiliser les méthodes classiques d’analyse de sensibilité globale basées sur la décomposition de la variance. On cherche alors de nouvelles méthodologies pour la propagation d’incertitudes par méta-modèle en présence de variables dépendantes. On utilisera la théorie des copules pour représenter les dépendances qui apparaissent entre les sorties de modèles imbriqués.