

# Plans d'expériences optimaux sous incertitudes de campagnes d'essais de ténacité

Présentation des doctorants ETICS24, 27 Septembre 2024

A. Quintin<sup>1,4</sup> ([anthony.quintin@cea.fr](mailto:anthony.quintin@cea.fr)) R. Chocat<sup>1</sup> T. Petit<sup>2</sup> C. Mattrand<sup>3</sup> J-M. Bourinet<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Université Paris-Saclay, CEA, Service de Génie Logiciel pour la Simulation, Gif-sur-Yvette, France

<sup>2</sup>CEA-DAM, Centre de Gramat, Gramat, Gif-sur-Yvette, France

<sup>3</sup>UCA, Clermont Auvergne INP, CNRS, Institut Pascal, 63000 Clermont-Ferrand, France

<sup>4</sup>UCA, Clermont Auvergne INP, CNRS, LIMOS, 63000 Clermont-Ferrand, France, France

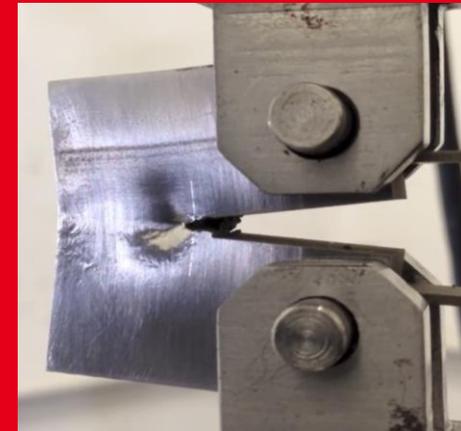
# Plans d'expériences optimaux sous incertitudes de campagnes d'essais de ténacité

## 1. Contexte

2. Modèle numérique de campagnes d'essais de ténacité

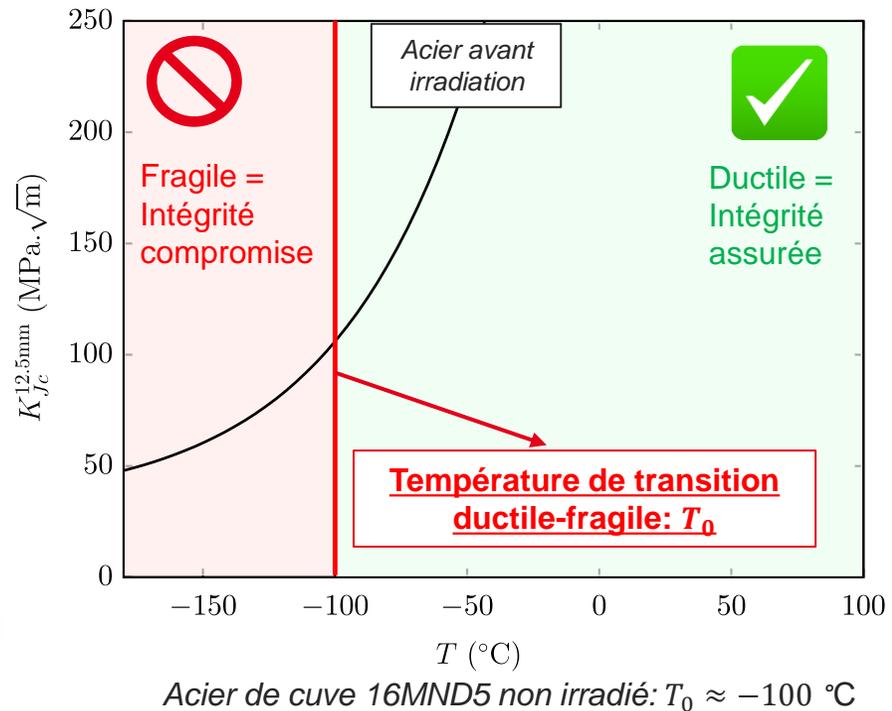
3. Plans d'expériences optimaux d'essais de ténacité

4. Conclusions et perspectives



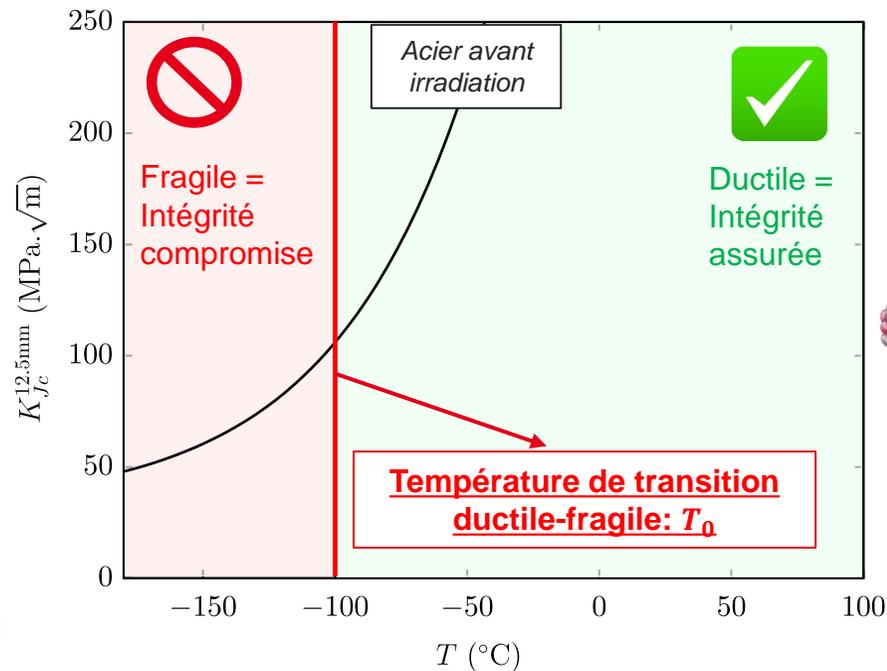


- Cuve de réacteur à eau sous pression = **structure essentielle de sureté** et **irremplaçable** dans une centrale nucléaire
- **Intégrité structurale** de la cuve assurée par la **surveillance de l'évolution du domaine fragile** de l'acier de cuve pour prévenir le **scénario de rupture instable et brutale** (dans l'hypothèse conservatrice de la présence d'une fissure)

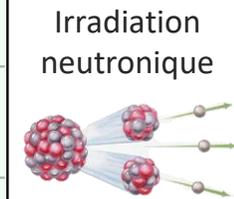




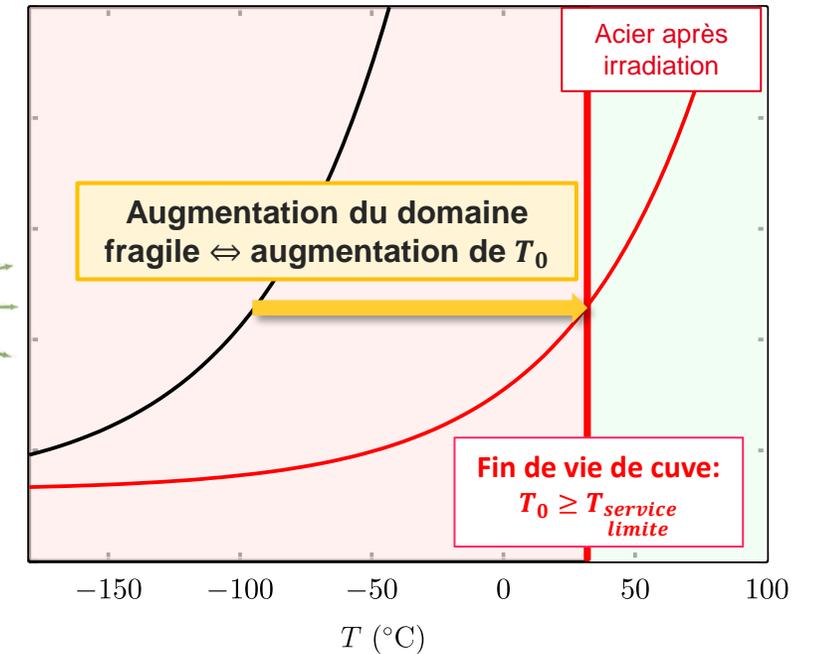
- Cuve de réacteur à eau sous pression = **structure essentielle de sureté** et **irremplaçable** dans une centrale nucléaire
- **Intégrité structurale** de la cuve assurée par la **surveillance de l'évolution du domaine fragile** de l'acier de cuve pour prévenir le **scénario de rupture instable et brutale** (dans l'hypothèse conservatrice de la présence d'une fissure)



Acier de cuve 16MND5 non irradié:  $T_0 \approx -100 \text{ °C}$



Irradiation  
neutronique



Après 60 années d'irradiation:  $T_0 \approx 33 \text{ °C}$  [T. Petit, 2023]

➤ **Objectif:** Estimer la **température de transition ductile-fragile  $T_0$**  pour quantifier l'évolution du domaine fragile de l'acier



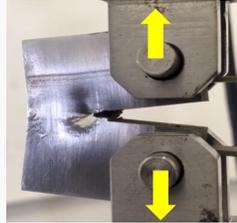
## Estimation de $T_0$ par la méthodologie de la Master Curve [ASTM E1921]:

### Campagne d'essais de ténacité sur des éprouvettes CT préfissurées d'acier de cuve

1 essai de ténacité  $\approx$  1 journée

Essai n° 1:

Fixer température  
d'essai  $T_{test}^1$

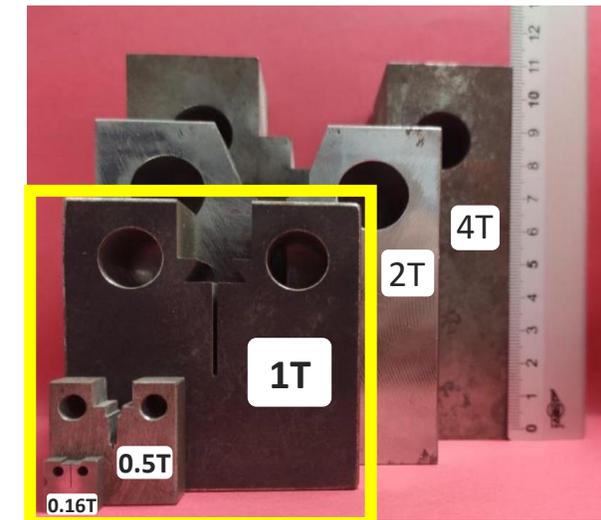


Mesure  
ténacité  $K_{Jc}^1$



### Essais sur éprouvettes d'une dimension fixée:

Référence	1T (25.4 mm d'épaisseur)
Géométrie Réduite	0.5T (12.5 mm)
<b>Nouvelle mini-CT</b>	<b>0.16T (4 mm)</b>



Ténacité  $K_{Jc}$  [MPa.m<sup>1/2</sup>] : chargement critique local suffisant pour amorcer la rupture d'un matériau en présence d'une potentielle fissure



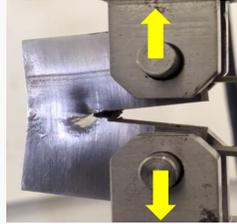
## Estimation de $T_0$ par la méthodologie de la Master Curve [ASTM E1921]:

### Campagne d'essais de ténacité sur des éprouvettes CT préfissurées d'acier de cuve

1 essai de ténacité  $\approx$  1 journée

#### Essai n° 1:

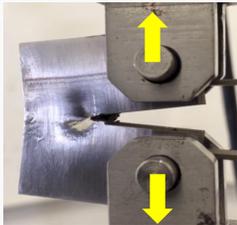
Fixer température  
d'essai  $T_{test}^1$



Mesure  
ténacité  $K_{Jc}^1$

#### Essai n° 2:

Fixer température  
d'essai  $T_{test}^2$

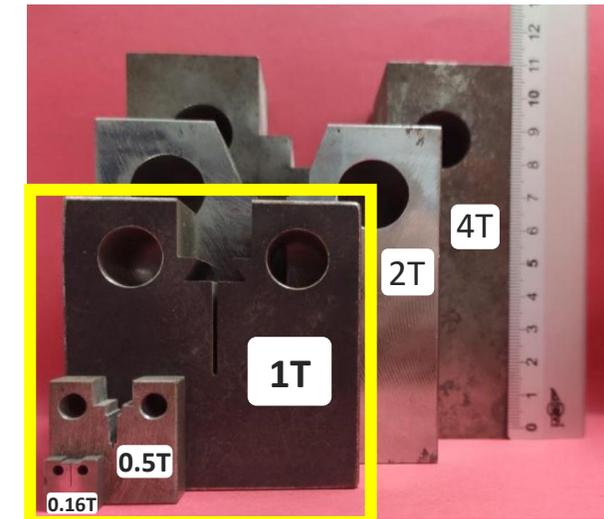


Mesure  
ténacité  $K_{Jc}^2$



### Essais sur éprouvettes d'une dimension fixée:

Référence	1T (25.4 mm d'épaisseur)
Géométrie Réduite	0.5T (12.5 mm)
<b>Nouvelle mini-CT</b>	<b>0.16T (4 mm)</b>





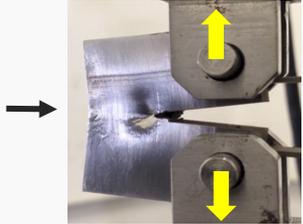
## Estimation de la température de transition-ductile fragile $T_0$ par la méthodologie de la Master Curve [ASTM E1921] :

### Campagne d'essais de ténacité sur des éprouvettes CT préfissurées d'acier de cuve

1 essai de ténacité  $\approx$  1 journée

#### Essai n° 1:

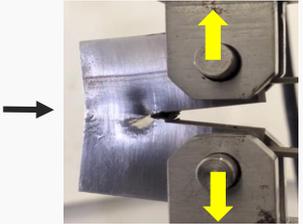
Fixer température d'essai  $T_{test}^1$



Mesure ténacité  $K_{Jc}^1$

#### Essai n° 2:

Fixer température d'essai  $T_{test}^2$

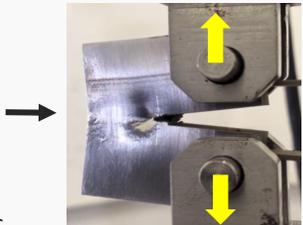


Mesure ténacité  $K_{Jc}^2$

⋮

#### Essai n° $N_e$ :

Fixer température d'essai  $T_{test}^{N_e}$



Mesure ténacité  $K_{Jc}^{N_e}$

$N_e$ : Nombre d'éprouvettes  
: Nombre d'essais

### Evaluation de $T_0$ par maximum de vraisemblance :

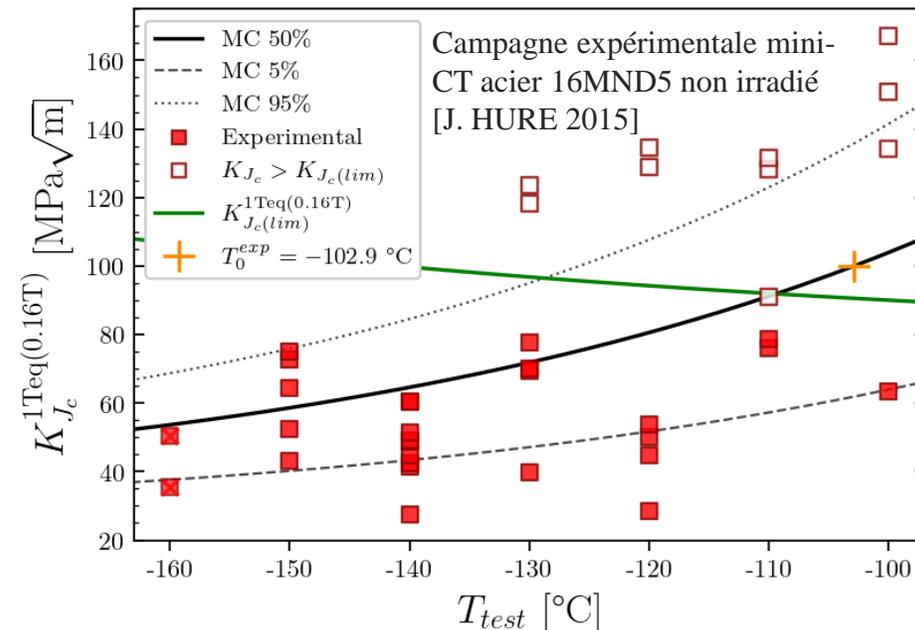
$$T_0 = \arg \max_{T_0} \mathcal{L}(T_0 | T_{test}^{1:i}, K_{Jc}^{1:i})$$

$i \in \{1, \dots, N_e\}$ : indice de l'essai

$K_{Jc}$  décrite par une distribution de **Weibull**  $f(\cdot)$  paramétrée par  $T_0$ :

$$\ln \mathcal{L}(T_0 | T_{test}^{1:i}, K_{Jc}^{1:i}) = \prod_{i=1}^{N_e} f(K_{Jc}^i | T_{test}^i, T_0)^{\delta_i} S(K_{Jc}^i | T_{test}^i, T_0)^{1-\delta_i}$$

$\delta_i = 1$  si  $K_{Jc}^i < K_{Jc,lim}$ , 0 sinon (tronqué) ·  $S$ : fonction de Survie de Weibull





## Verrous dans l'estimation de $T_0$ par approche Master Curve

**Matière d'essai rare et couteuse**  $\Rightarrow$  Nombre d'essais très limité ( $\approx$  quelques dizaines)  
 $\Rightarrow$  Contrainte d'utiliser des éprouvettes miniaturisées (CT-0.16T de 4 mm d'épaisseur)

### **Incertitudes significatives sur la valeur estimée de $T_0$ :**

1. Variabilité intrinsèque à la rupture fragile (fonction de la distribution volumique des défauts)
2. Dimension d'éprouvette (influence sur l'estimation de  $T_0$  exacerbée avec la réduction de géométrie)
3. Nombre d'essais (limité en pratique  $\approx$  quelques dizaines)
4. Températures d'essais sélectionnées
5. Défauts d'usinage
6. Forme du front de fissure
7. Précision des instruments de mesure, conditions de chargement,... (non étudié)

### ➤ Objectifs pour lever les verrous:

- 1) Propager et quantifier les incertitudes de  $T_0$  :** (Modèle numérique par EF + loi de comportement + modèle de rupture pour simuler des essais de ténacité, Simulations Monte-Carlo pour quantifier la **distribution de  $T_0$  selon la matrice d'essai ...**)
- 2) Planifier optimalement les essais pour réduire l'incertitude de  $T_0$  :** (Bayésien, Optimisation séquentielle,...)

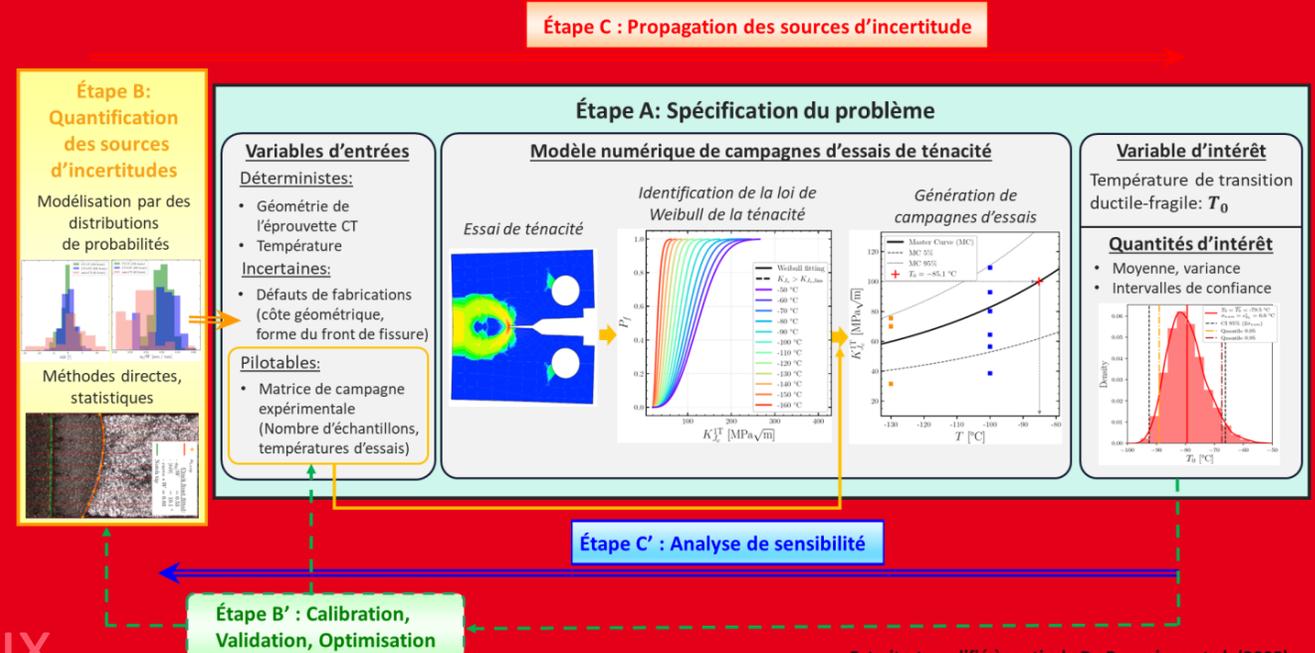
# Plans d'expériences optimaux sous incertitudes de campagnes d'essais de ténacité

## 1. Contexte

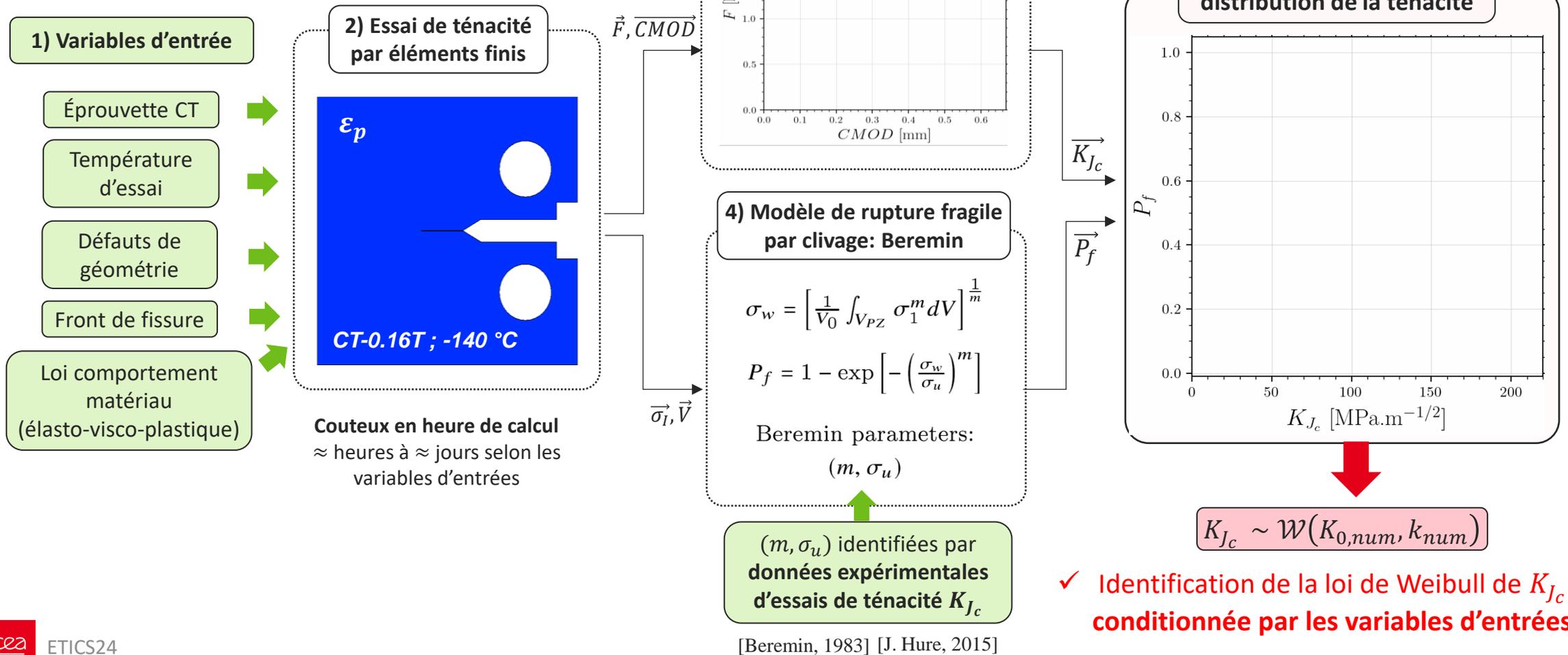
## 2. Modèle numérique de campagnes d'essais de ténacité

## 3. Plans d'expériences optimaux d'essais de ténacité

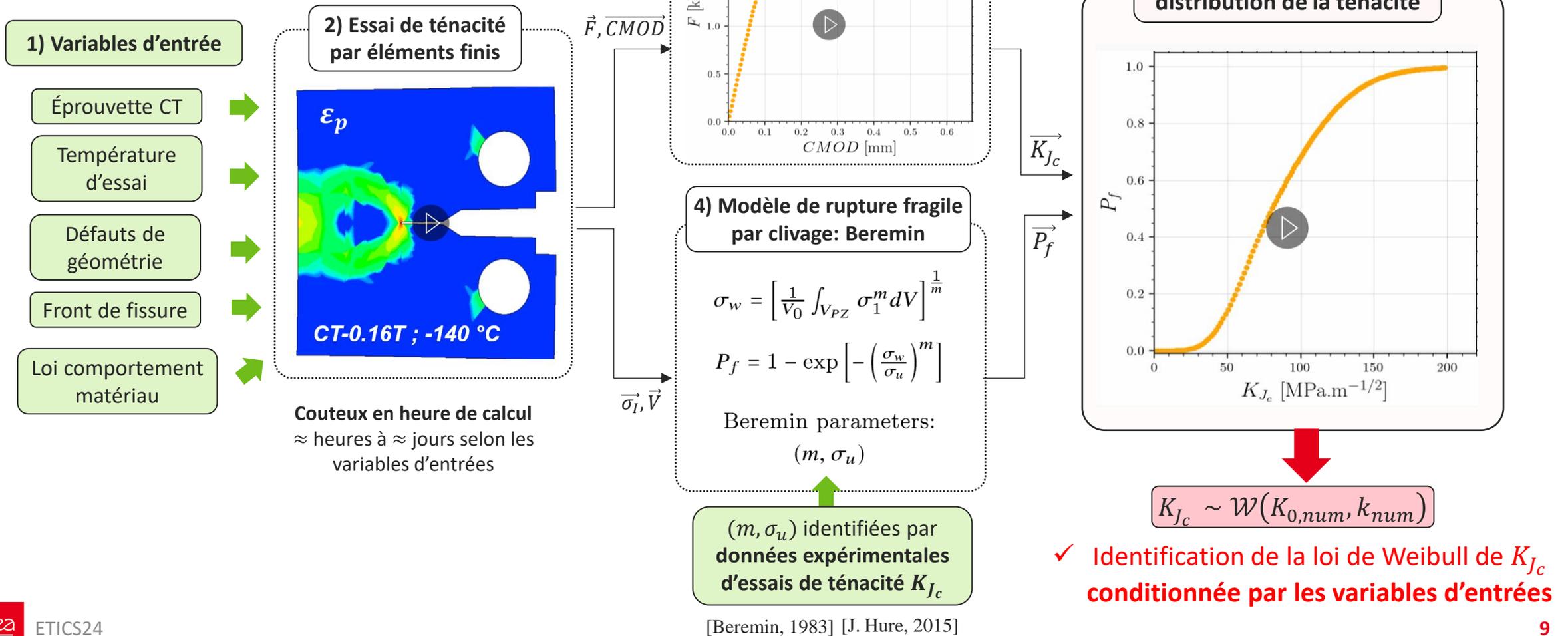
## 4. Conclusions et perspectives



➤ Modèle numérique EF pour simuler un essai de ténacité



➤ Modèle numérique EF pour simuler un essai de ténacité





➤ Méthode Monte-Carlo pour simuler des campagnes d'essais de ténacité

1) Matrice d'essai

- Dimension éprouvette
- Nombre d'éprouvettes  $N_e$
- Températures d'essai  $T_{test}$
- Nombre d'essais par températures  $N_{e/T_{test}}$

$N_e = 10$   
éprouvettes  
CT-1T

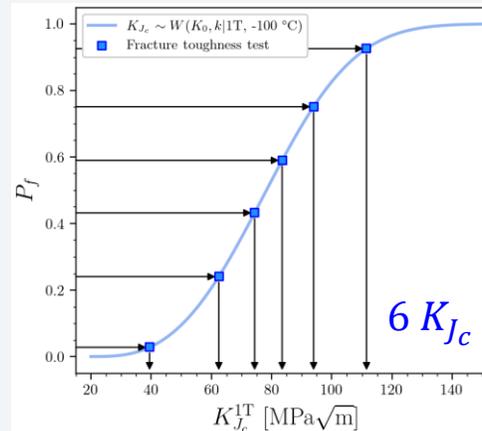
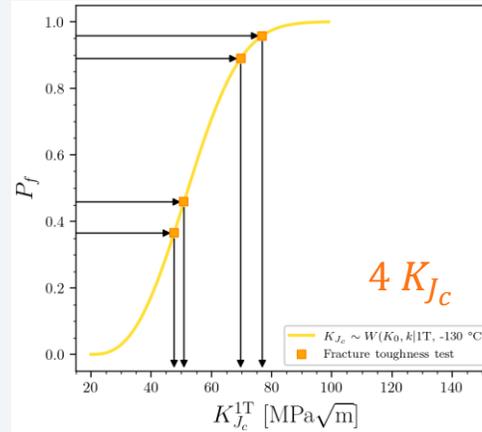
$$N_{e/T_{test}} = 4$$

$$T_{test} = -130 \text{ °C}$$

$$N_{e/T_{test}} = 6$$

$$T_{test} = -100 \text{ °C}$$

2) Campagne d'essai numérique :  
échantillonnage de ténacités  $K_{Jc}$

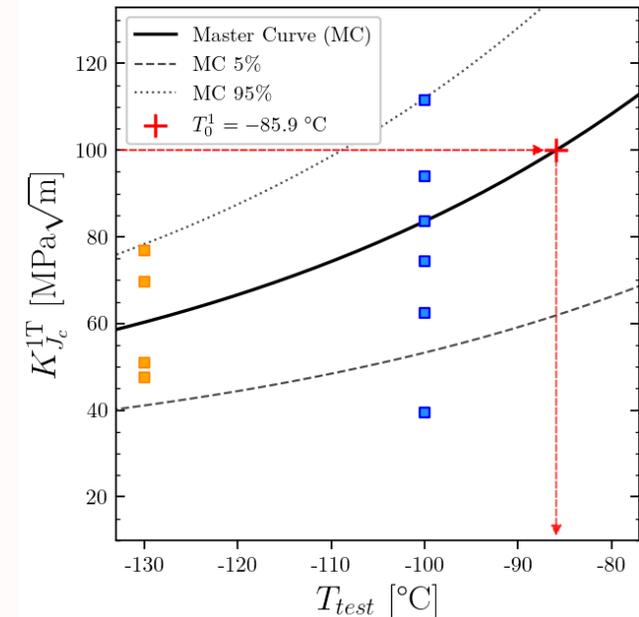


Campagne 1  
 $\{T_{test}^{1:10}, K_{Jc}^{1:10(1)}\}$

3) Estimation de  $T_0$  par Master Curve

$$T_0^{(1)} = \arg \max_{T_0} \mathcal{L} \left( T_0 | T_{test}^{1:10}, K_{Jc}^{1:10(1)} \right)$$

$$= -85.9 \text{ °C}$$



✓ Génération en  $\approx$  seconde une campagne d'essai conditionnée par la matrice d'essai



➤ Méthode Monte-Carlo pour simuler des campagnes d'essais de ténacité

1) Matrice d'essai

- Dimension éprouvette
- Nombre d'éprouvettes  $N_e$
- Températures d'essai  $T_{test}$
- Nombre d'essais par températures  $N_{e/T_{test}}$

$N_e = 10$   
éprouvettes  
CT-1T

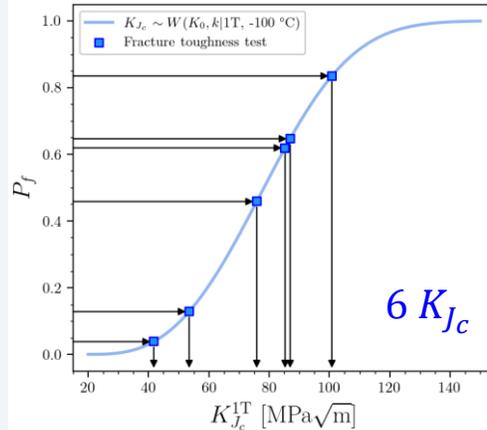
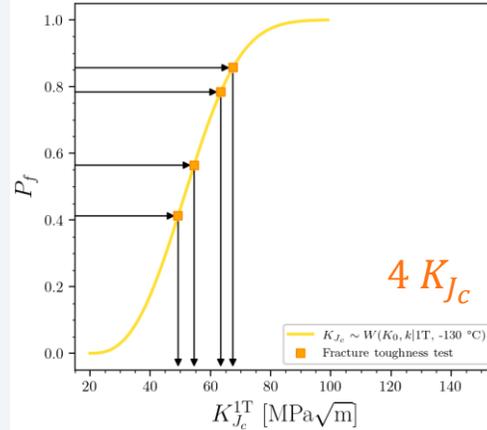
$$N_{e/T_{test}} = 4$$

$$T_{test} = -130 \text{ °C}$$

$$N_{e/T_{test}} = 6$$

$$T_{test} = -100 \text{ °C}$$

2) Campagne d'essai numérique :  
échantillonnage de ténacités  $K_{Jc}$



Campagne 2  
 $\{T_{test}^{1:10}, K_{Jc}^{1:10(2)}\}$

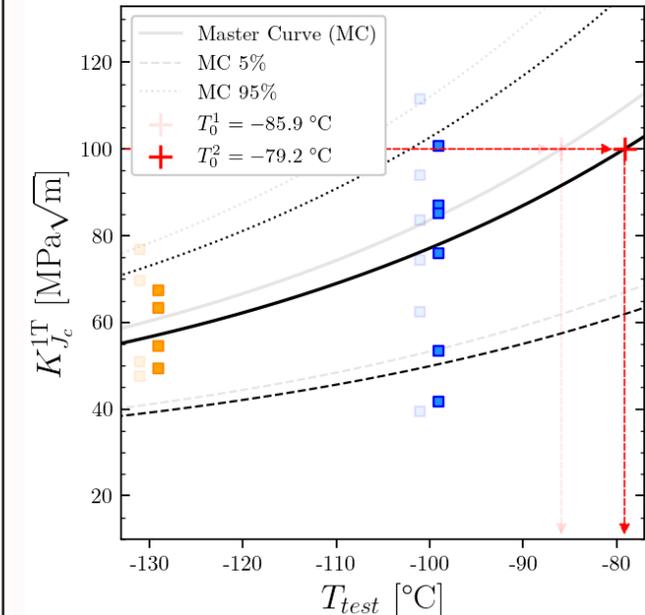
3) Estimation de  $T_0$  par Master Curve

$$T_0^{(1)} = \arg \max_{T_0} \mathcal{L} \left( T_0 | T_{test}^{1:10}, K_{Jc}^{1:10(1)} \right)$$

$$= -85.9 \text{ °C}$$

$$T_0^{(2)} = \arg \max_{T_0} \mathcal{L} \left( T_0 | T_{test}^{1:10}, K_{Jc}^{1:10(2)} \right)$$

$$= -79.2 \text{ °C}$$



Génération de  $K_{Jc}$  par tirages inverse  
uniformes de  $P_f \in [0.025, 0.975]$

## ➤ Méthode Monte-Carlo pour simuler des campagnes d'essais de ténacité

### 1) Matrice d'essai

- Dimension éprouvette
- Nombre d'éprouvettes  $N_e$
- Températures d'essai  $T_{test}$
- Nombre d'essais par températures  $N_{e/T_{test}}$

$$\begin{cases} N_e = 10 \text{ CT-1T} \\ N_{e|T_{test}=-130^\circ\text{C}} = 4 \\ N_{e|T_{test}=-100^\circ\text{C}} = 6 \end{cases}$$

### 2) Campagne d'essai numérique : échantillonnage de ténacités $K_{Jc}$

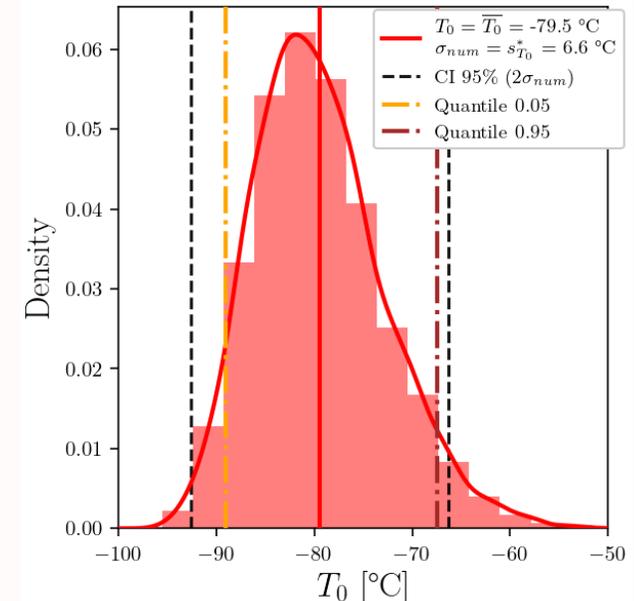
$$\begin{aligned} K_{Jc}^{1:N_e(1)} &\equiv [K_{Jc}^1, K_{Jc}^2, \dots, K_{Jc}^{N_e}]^{(1)} \\ K_{Jc}^{1:N_e(2)} &\equiv [K_{Jc}^1, K_{Jc}^2, \dots, K_{Jc}^{N_e}]^{(2)} \\ &\vdots \\ K_{Jc}^{1:N_e(N_c)} &\equiv [K_{Jc}^1, K_{Jc}^2, \dots, K_{Jc}^{N_e}]^{(N_c)} \end{aligned}$$

·  $N_c$ : Nombre de campagnes

### 3) Estimation de $T_0$ par Master Curve

$$\begin{aligned} T_0^{(1)} &= \arg \max_{T_0} \mathcal{L} \left( T_0 | T_{test}^{1:N_e}, K_{Jc}^{1:N_e(1)} \right) \\ T_0^{(2)} &= \arg \max_{T_0} \mathcal{L} \left( T_0 | T_{test}^{1:N_e}, K_{Jc}^{1:N_e(2)} \right) \\ &\vdots \\ T_0^{(N_c)} &= \arg \max_{T_0} \mathcal{L} \left( T_0 | T_{test}^{1:N_e}, K_{Jc}^{1:N_e(N_c)} \right) \end{aligned}$$

### 4) Distribution de $T_0$ avec la moyenne d'échantillon $\bar{T}_0$ et son écart-type $s_{T_0}^*$



- ✓ **Objectif 1)** Quantifier l'influence des paramètres de la matrice d'essai sur  $T_0$
- ✓ **Objectif 2)** Planifier les essais optimalement pour minimiser l'incertitude sur  $T_0$

Objectif 1) Propager et quantifier les incertitudes de  $T_0$ 

Modèle numérique pour quantifier la distribution de  $T_0$  d'un acier non-irradié en fonction de la matrice d'essai :

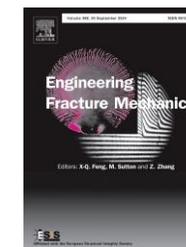
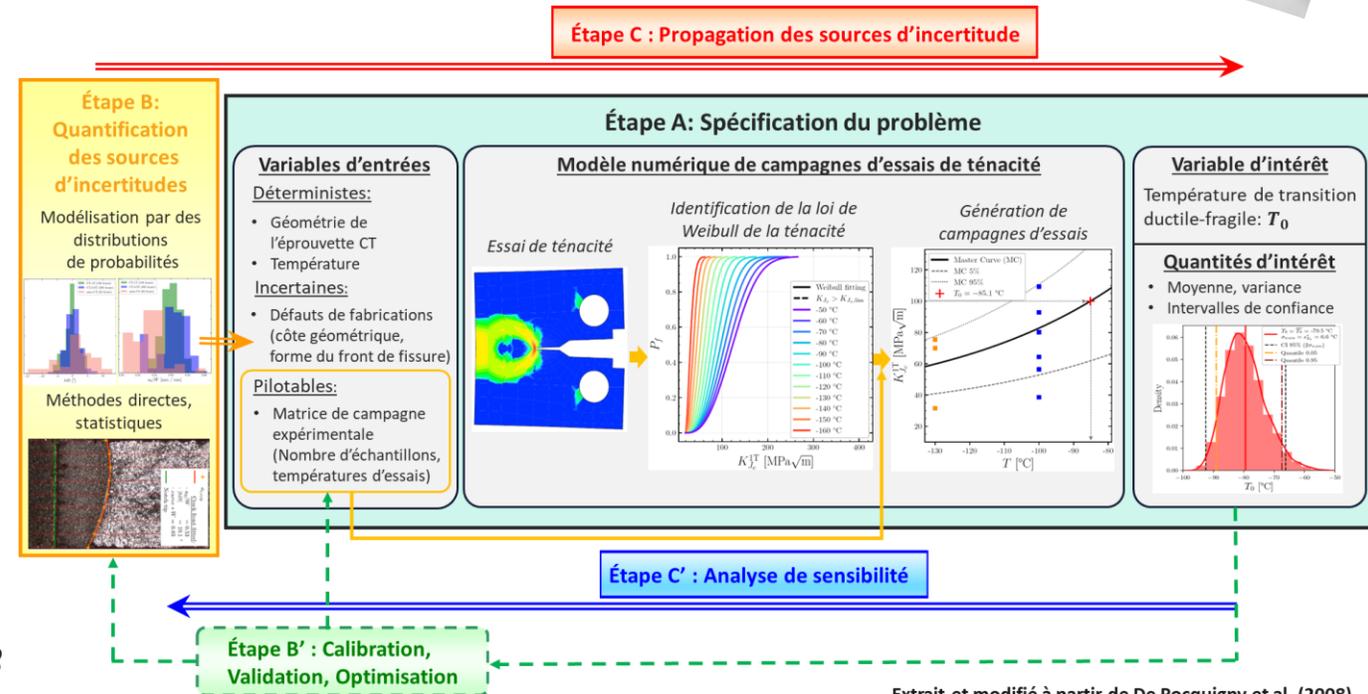
1. Influence de la dimension d'éprouvette sur  $T_0$
2. Influence du nombre d'essais sur  $T_0$
3. Influence des températures d'essai sur  $T_0$
4. Influence des défauts géométriques sur  $T_0$
5. Influence de la forme du front de fissure sur  $T_0$

Communications:

- Conférence internationale à Prague : *CFRAC 2023 (Computational Modeling of Fracture and Failure of Materials and Structures)*
- Conférence à Toulouse : *GST Mécanique et incertain 2023*

Article soumis à *Engineering Fracture Mechanics (EFM)* le 16/08/24 en cours de review

➤ Preprint disponible : <https://ssrn.com/abstract=4948042>



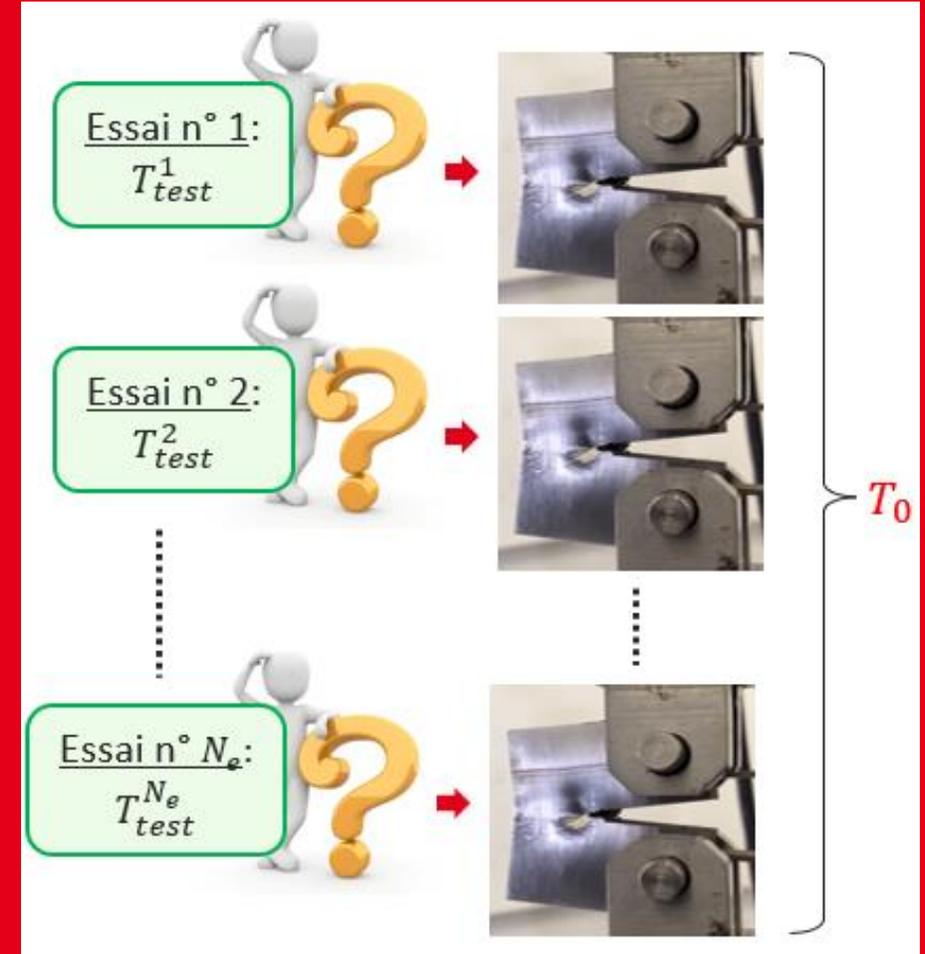
# Plans d'expériences optimaux sous incertitudes de campagnes d'essais de ténacité

1. Contexte

2. Modèle numérique de campagnes d'essais de ténacité

**3. Plans d'expériences optimaux d'essais de ténacité**

4. Conclusions et perspectives





## Objectif 2) Planification optimale des essais de ténacité par du Bayesian Optimal Design [Chaloner. K, Verdinelli. I 1995] [Ryan. G 2016]

### ➤ Problème identifié:

L'estimation de  $T_0$  est très sensible aux températures d'essais  $T_{test}$  choisies au cours de la campagne d'essai

### ➤ Objectif:

Définir une campagne optimale de  $N_e$  essais, basée sur une approche séquentielle d'enrichissement de la température optimale de chaque prochain essai  $T_{test}^{i+1*}$

### ➤ Fonction « objectif » à résoudre: minimiser la variance totale de $T_0$

$$T_{test}^{i+1*} = \arg \min_{T_{test}^{i+1} \in \mathcal{T}} \text{Var}[T_0(T_{test}^{1:i+1})]$$

### Théorème de la variance totale:

$$\text{Var}[T_0(T_{test}^{1:i+1})] = \text{E}[\text{Var}[\pi(T_0|T_{test}^{1:i+1}, K_{J_c}^{1:i+1})]] + \text{Var}[\text{E}[\pi(T_0|T_{test}^{1:i+1}, K_{J_c}^{1:i+1})]]$$

·  $\pi(T_0|T_{test}^{1:i+1}, K_{J_c}^{1:i+1})$  : Distribution a posteriori de  $T_0$  conditionnée par les ténacités conditionnées par les températures des essais 1 à  $i + 1$

·  $K_{J_c}^i$  : ténacité du  $i^{\text{ème}}$  essai mesurée à la température d'essai  $T_{test}^i$

·  $i \in \{0, \dots, N_e\}$  : indice de l'essai

·  $N_e$  : Nombre d'éprouvettes

·  $\mathcal{T}$  : Plage discrète de températures d'essais



➤ Estimation en pratique de la variance totale par approche bayésienne et simulations :

Rappel de la variance totale:

$$\text{Var}[T_0(T_{test}^{1:i+1})] = \text{E}[\text{Var}[\pi(T_0|T_{test}^{1:i+1}, K_{J_c}^{1:i+1})]] + \text{Var}[\text{E}[\pi(T_0|T_{test}^{1:i+1}, K_{J_c}^{1:i+1})]]$$

### 1) Matrice d'essais

- $N_e$ : nombre d'éprouvettes (budget fixé)
- $T_{test}^{1:i}$  fixes et précédemment identifiées
- $T_{test}^{i+1}$  variable
- $T_{test}^{1:i+1} \equiv [T_{test}^1, T_{test}^2, \dots, T_{test}^i, T_{test}^{i+1}]$

### 2) Générer campagnes d'essais

$$K_{J_c}^{1:i+1(1)} \equiv [K_{J_c}^1, K_{J_c}^2, \dots, K_{J_c}^{i+1}]^{(1)}$$

$$K_{J_c}^{1:i+1(2)} \equiv [K_{J_c}^1, K_{J_c}^2, \dots, K_{J_c}^{i+1}]^{(2)}$$

$$\vdots$$

$$K_{J_c}^{1:i+1(N_c)} \equiv [K_{J_c}^1, K_{J_c}^2, \dots, K_{J_c}^{i+1}]^{(N_c)}$$

•  $N_c$ : Nombre de campagnes

### 3) Estimation de $T_0$ par approche bayésienne

Densité a posteriori de  $T_0$ :

$$\pi^{(1)}(T_0|T_{test}^{1:i+1}, K_{J_c}^{1:i+1(1)}) \rightarrow \begin{cases} \text{E}[\pi^{(1)}(T_0|T_{test}^{1:i+1}, K_{J_c}^{1:i+1(1)})] \\ \text{Var}[\pi^{(1)}(T_0|T_{test}^{1:i+1}, K_{J_c}^{1:i+1(1)})] \end{cases}$$

$$\pi^{(2)}(T_0|T_{test}^{1:i+1}, K_{J_c}^{1:i+1(2)}) \rightarrow \begin{cases} \text{E}[\pi^{(2)}(T_0|T_{test}^{1:i+1}, K_{J_c}^{1:i+1(2)})] \\ \text{Var}[\pi^{(2)}(T_0|T_{test}^{1:i+1}, K_{J_c}^{1:i+1(2)})] \end{cases}$$

$$\vdots$$

$$\pi^{(N_c)}(T_0|T_{test}^{1:i+1}, K_{J_c}^{1:i+1(N_c)}) \rightarrow \begin{cases} \text{E}[\pi^{(N_c)}(T_0|T_{test}^{1:i+1}, K_{J_c}^{1:i+1(N_c)})] \\ \text{Var}[\pi^{(N_c)}(T_0|T_{test}^{1:i+1}, K_{J_c}^{1:i+1(N_c)})] \end{cases}$$



➤ Evaluer la distribution a posteriori  $\pi(T_0 | T_{test}^{1:i+1}, K_{J_c}^{1:i+1})$

**1) Approximation de Laplace :** [De Bruijn, N.G 1970]

$$\pi(T_0 | T_{test}^{1:i+1}, K_{J_c}^{1:i+1}) \underset{i \rightarrow +\infty}{\rightsquigarrow} \mathcal{N}(T_{0,MAP}, \Sigma_{1:i+1})$$

- $T_{0,MAP} = \arg \max_{T_0} \mathcal{L}(T_0 | T_{test}^{1:i+1}, K_{J_c}^{1:i+1}) \pi(T_0)$

- $\Sigma_{1:i+1}^{-1} = - \frac{\partial^2 \log(\mathcal{L}(T_0 | T_{test}^{1:i+1}, K_{J_c}^{1:i+1}) \pi(T_0))}{\partial T_0^2} \Big|_{T_0=T_{0,MAP}}$

- $\pi(T_0)$ : loi a priori de  $T_0$

- $T_{0,MAP} = T_{0,ML}$  Avec une loi a priori uniforme non informative
- $\Sigma_{1:i+1}^{-1} =$  Information de Fisher

Avantage :

- ✓ Evaluation rapide et analytique des moments de la loi a posteriori

Limite :

- Risque d'évaluation inexacte de la variance avec une taille d'échantillons faible (distributions non-gaussiennes, queues larges)



➤ Evaluer la distribution a posteriori  $\pi(T_0 | T_{test}^{1:i+1}, K_{J_c}^{1:i+1})$

**2) Méthode d'échantillonnage par Acceptation-Rejet de type BUS (Bayesian Updating with Structural Reliability Methods)** [D.Straub 2015]

- Plus rapide que du MCMC car étude en dimension 1 ici
- Simulations MC pour résoudre le problème de fiabilité suivant :

Soit la variable aléatoire  $P \sim U[0,1]$ . On considère l'espace des résultats augmenté  $[T_0, p]$  et on définit le **domaine**  $\Omega = \{p \leq cL(T_0 | T_{test}^{1:i+1}, K_{J_c}^{1:i+1})\}$  avec  $c = [\max \mathcal{L}(T_0 | T_{test}^{1:i+1}, K_{J_c}^{1:i+1})]^{-1}$

Les échantillons  $T_0$  générées par la loi a priori  $\pi(T_0)$  qui tombent **dans le domaine  $\Omega$  sont distribués selon la loi a posteriori**  $\pi(T_0 | T_{test}^{1:i+1}, K_{J_c}^{1:i+1})$

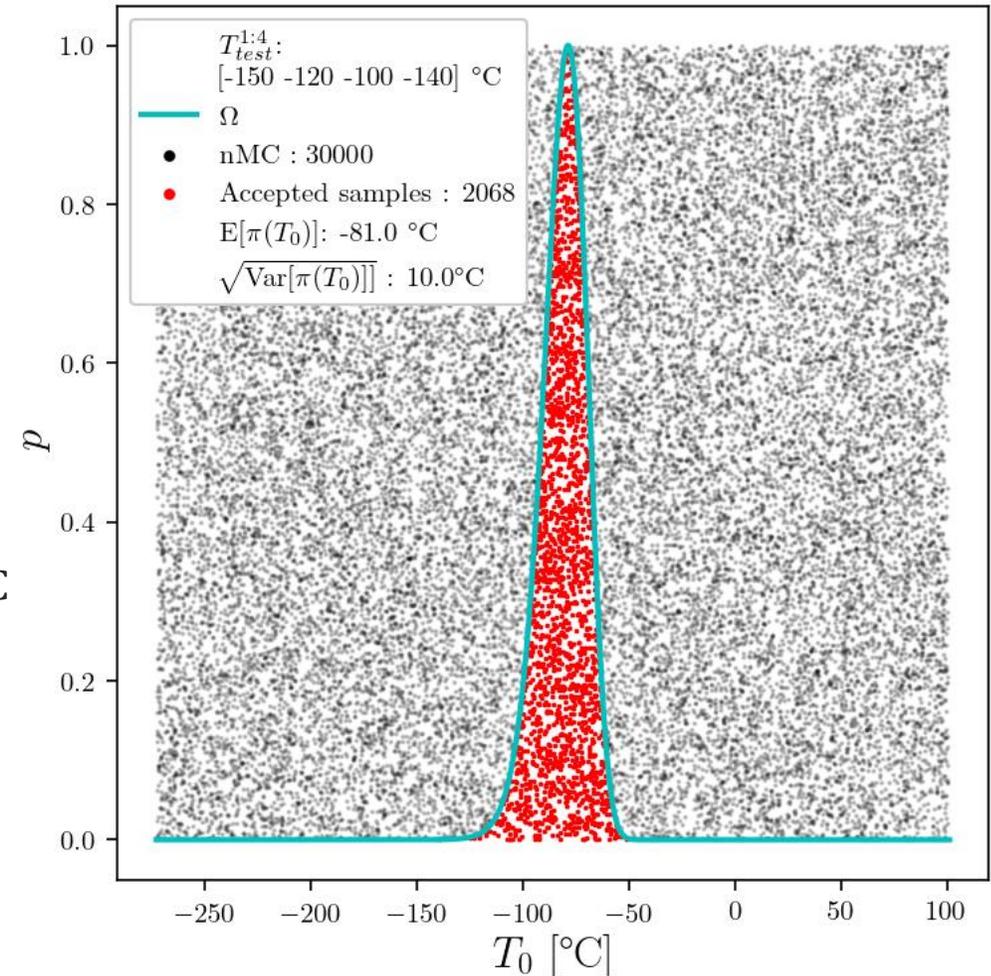
- Choix de la loi a priori  $\pi(T_0)$  : **uniforme non informative**  $U[-273, +100]$  °C

Avantages :

- ✓ Pas d'hypothèses sur le nombre d'échantillons
- ✓ Estimations par simulations des moments de la loi a posteriori

Limite :

- Simulations couteuses





➤ Exemple campagne optimale de  $N_e$  essais par approche séquentielle d'enrichissement de  $T_{test}^{i+1*}$

- $N_e = 16$  éprouvettes CT-0.5T d'acier 16MND5 non irradié
- $N_c = 50,000$  campagnes
- $\mathcal{T} = [-140, -130, \dots, -60] \text{ } ^\circ\text{C}$

▪ Température d'essai optimale essai n°1 :

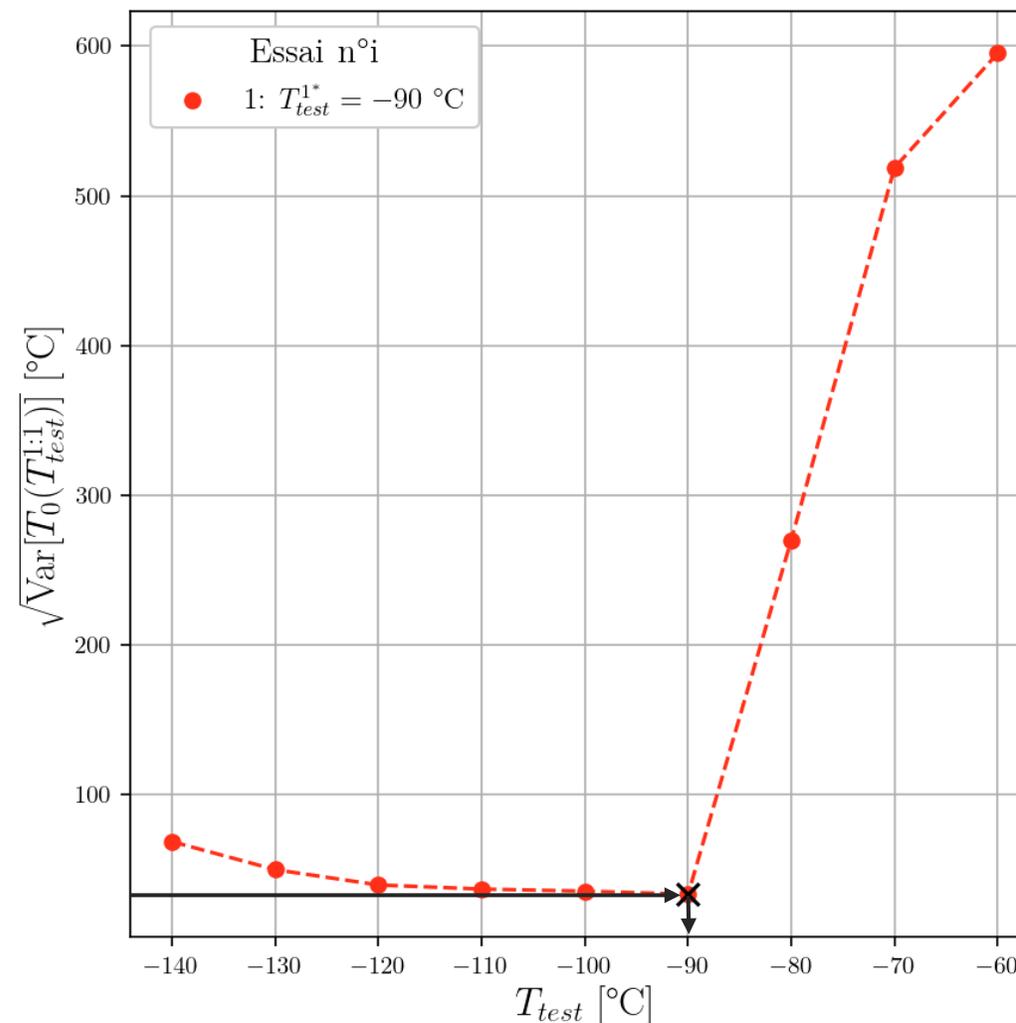
$$T_{test}^{1*} = \arg \min_{T_{test} \in \mathcal{T}} \text{Var}[T_0(T_{test}^{1:1})]$$

$$= -90 \text{ } ^\circ\text{C}$$

▪ Séquence de températures d'essai optimales:

$$T_{test}^{1:1*} = [-90] \text{ } ^\circ\text{C}$$

Approximation de Laplace





➤ Exemple campagne optimale de  $N_e$  essais par approche séquentielle d'enrichissement de  $T_{test}^{i+1*}$

- $N_e = 16$  éprouvettes CT-0.5T d'acier 16MND5 non irradié
- $N_c = 50,000$  campagnes
- $\mathcal{T} = [-140, -130, \dots, -60] \text{ } ^\circ\text{C}$

▪ Température d'essai optimale essai n°2 :

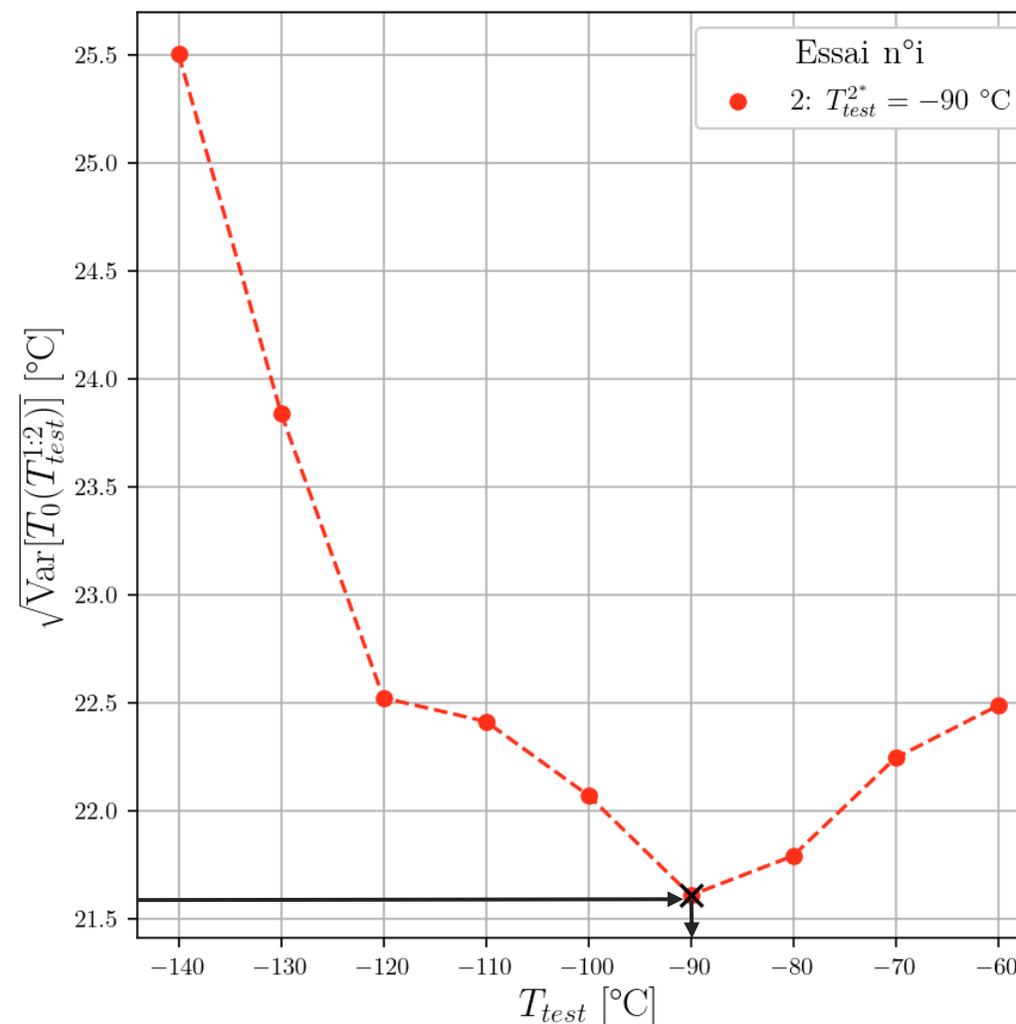
$$T_{test}^{2*} = \arg \min_{T_{test} \in \mathcal{T}} \text{Var}[T_0(T_{test}^{1:2})]$$

$$= -90 \text{ } ^\circ\text{C}$$

▪ Séquence de températures d'essai optimales:

$$T_{test}^{1:2*} = [-90, -90] \text{ } ^\circ\text{C}$$

Approximation de Laplace





➤ Exemple campagne optimale de  $N_e$  essais par approche séquentielle d'enrichissement de  $T_{test}^{i+1*}$

- $N_e = 16$  éprouvettes CT-0.5T d'acier 16MND5 non irradié
- $N_c = 50,000$  campagnes
- $\mathcal{T} = [-140, -130, \dots, -60] \text{ } ^\circ\text{C}$

▪ Séquence de températures d'essai optimale:

$$T_{test}^{1:16*} = [-90, -90, \dots, -80, -80] \text{ } ^\circ\text{C}$$

- 10 essais à  $-90 \text{ } ^\circ\text{C}$
- 6 essais à  $-80 \text{ } ^\circ\text{C}$

$$\sqrt{\text{Var}[T_0(T_{test}^{1:16*})]} = 6.45 \text{ } ^\circ\text{C}$$

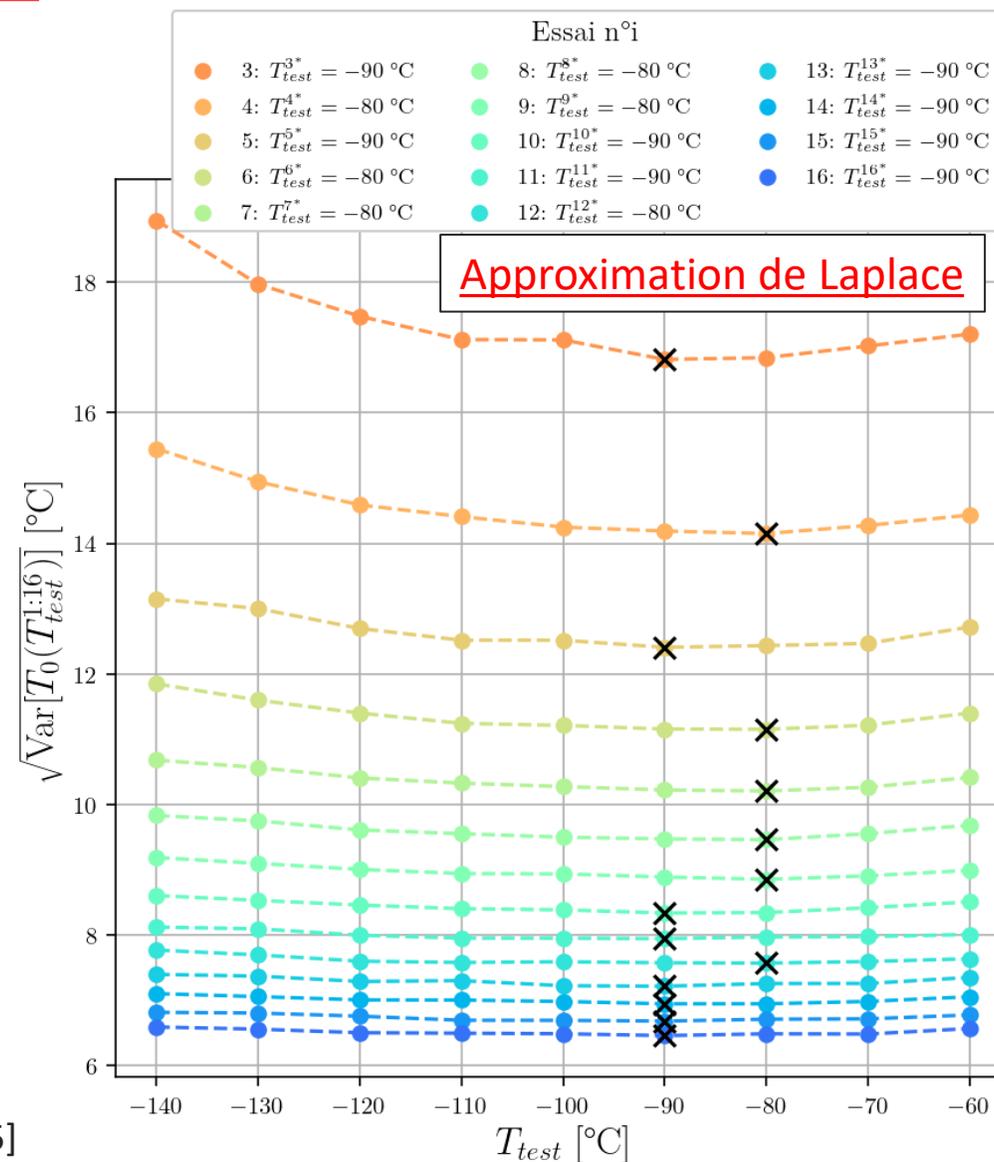
$$E[T_0(T_{test}^{1:16*})] = -97.0 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Temps de calcul: 30 min

$$T_{0,exp} = -93.8 \text{ } ^\circ\text{C}$$

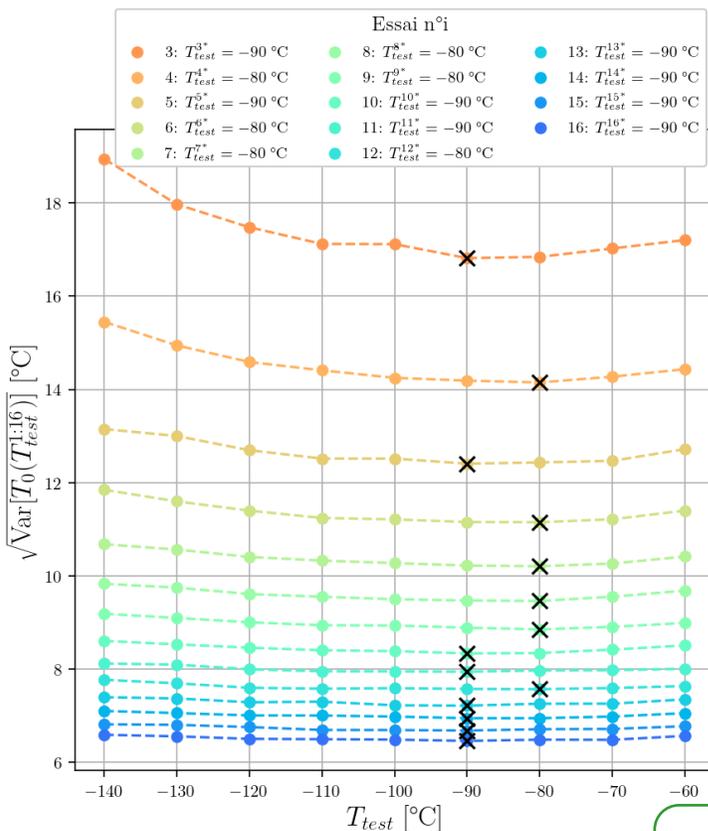
- 6 essais à  $-125 \text{ } ^\circ\text{C}$
- 6 essais à  $-100 \text{ } ^\circ\text{C}$
- 6 essais à  $-80 \text{ } ^\circ\text{C}$

[J. Hure 2015]



➤ Comparaison plans d'expériences séquentiels CT-0.5T :  $\cdot N_e = 16$  éprouvettes CT-0.5T  $\cdot N_c = 50,000$  campagnes

### Approximation de Laplace



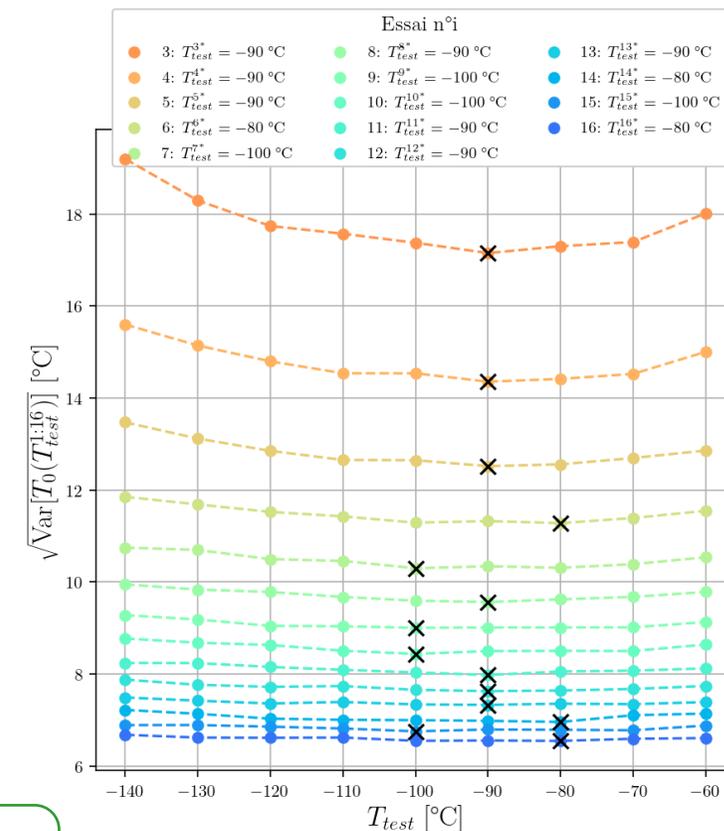
- 10 essais à -90 °C
- 6 essais à -80 °C

$$\sqrt{\text{Var}[T_0(T_{test}^{1:16*})]} = 6.45 \text{ °C}$$

$$E[T_0(T_{test}^{1:16*})] = -97.0 \text{ °C}$$

Temps de calcul:  
30 minutes

### Acceptation-Rejet



- 9 essais à -90 °C (dont 4 préinitialisés)
- 3 essais à -80 °C
- 4 essais à -100 °C

$$\sqrt{\text{Var}[T_0(T_{test}^{1:16*})]} = 6.54 \text{ °C}$$

$$E[T_0(T_{test}^{1:16*})] = -97.3 \text{ °C}$$

Temps de calcul:  
2h50 minutes

- Températures d'essais optimales **différentes**
- Variance et espérance de  $T_0$  quasiment **identiques**
- Solutions toutes deux **acceptables** (proches du  $T_0$  expérimentale de référence = -93.8 °C [J. Hure 2015])



## Résumé des résultats des campagnes optimales par approche séquentielle d'enrichissement de $T_{test}^{i+1*}$

- ✓ Estimations correctes et rapides des séquences de températures d'essai minimisant la variance totale de  $T_0$
- **Manque d'exploration** (température d'essai figée séquentiellement) : choix d'un minimum local à chaque itération, sans garantie d'obtenir un minimum global à la fin.
- Estimation de  $T_0$  très **sensible à l'initialisation pour un nombre d'essais très faibles** (< 3-4 ) : Solutions de  $T_{test}^*$  non optimales si initialisation à des  $T_{test}$  extrêmes (estimation de  $T_0$  non conforme à des températures d'essais trop élevées impliquant beaucoup de censures ; plateau de la Master Curve à des températures trop froides)

### Travaux en cours pour lever les verrous :

- **Approche d'optimisation combinatoire**
- Optimisations possibles dans BUS (IS, prior de Jeffreys)
- **Intégrer des contraintes imposées par la norme ASTM E1921** (pourcentage d'essais censurés acceptés, validité de  $T_{test}$  si  $T_{test} \in [T_0 \pm 50] \text{ °C}$ )
- **Intervalle de confiance sur la variance totale**
- Adapter la planification avec des **essais expérimentales** pour acier dont le modèle de rupture est non clairement identifié : **actualisation du modèle de Beremin**

# Plans d'expériences optimaux sous incertitudes de campagnes d'essais de ténacité

1. Contexte

2. Modèle numérique de campagnes d'essais de ténacité

3. Plans d'expériences optimaux d'essais de ténacité

**4. Conclusions et perspectives**





## Conclusions:

- ✓ **Modèles numériques** simulant des **campagnes d'essais virtuels** sur éprouvettes CT d'acier 16MND5 non-irradié
- ✓ Quantification d'incertitudes sur  $T_0$ , analyses de sensibilité, analyses statistiques, paramétriques:  
**Article en review dans *Engineering Fracture Mechanics (EFM)***
- ✓ Campagnes optimales par approche séquentielle d'enrichissement de  $T_{test}^{i+1*}$

## Perspectives:

- **Plans d'expériences combinatoires** pour minimiser la variance totale de  $T_0$
  - **Identification de  $T_{test}^{1:j*}$**  pour un acier dont le modèle de rupture est non clairement identifié
    - Essais expérimentaux → **Actualisation de Beremin** → Plans d'expériences pour identifier  $T_{test}^{j+1:i*}$
-



# Merci !

## Avez-vous des questions?

**Anthony Quintin**

[anthony.quintin@cea.fr](mailto:anthony.quintin@cea.fr)



**Rudy Chocat**

[rudy.chocat@cea.fr](mailto:rudy.chocat@cea.fr)



**Tom Petit**

[tom.petit@cea.fr](mailto:tom.petit@cea.fr)



**Cécile Mattrand**

[cecile.mattrand@sigma-clermont.fr](mailto:cecile.mattrand@sigma-clermont.fr)



**Jean-Marc Bourinet**

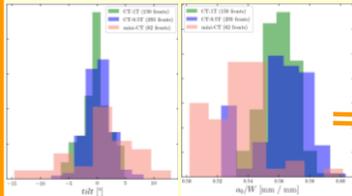
[jean-marc.bourinet@sigma-clermont.fr](mailto:jean-marc.bourinet@sigma-clermont.fr)



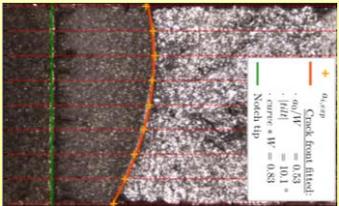
## Étape C : Propagation des sources d'incertitude

### Étape B : Quantification des sources d'incertitudes

Modélisation par des  
distributions  
de probabilités



Méthodes directes,  
statistiques



### Étape A: Spécification du problème

#### Variables d'entrées

##### Déterministes:

- Géométrie de l'éprouvette CT
- Température

##### Incertaines:

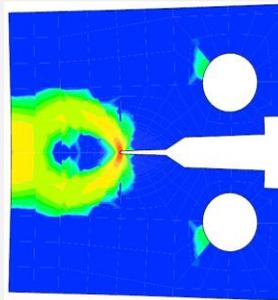
- Défauts de fabrications (côte géométrique, forme du front de fissure)

##### Pilotables:

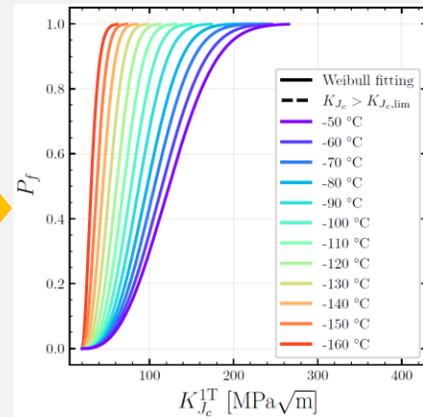
- Matrice de campagne expérimentale (Nombre d'échantillons, températures d'essais)

#### Modèle numérique de campagnes d'essais de ténacité

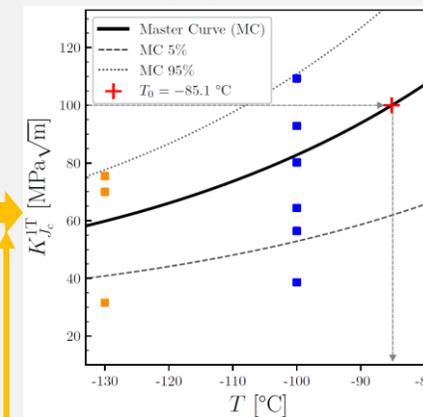
Essai de ténacité



Identification de la loi de  
Weibull de la ténacité



Génération de  
campagnes d'essais

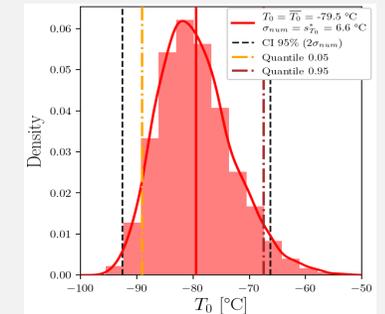


#### Variable d'intérêt

Température de transition  
ductile-fragile:  $T_0$

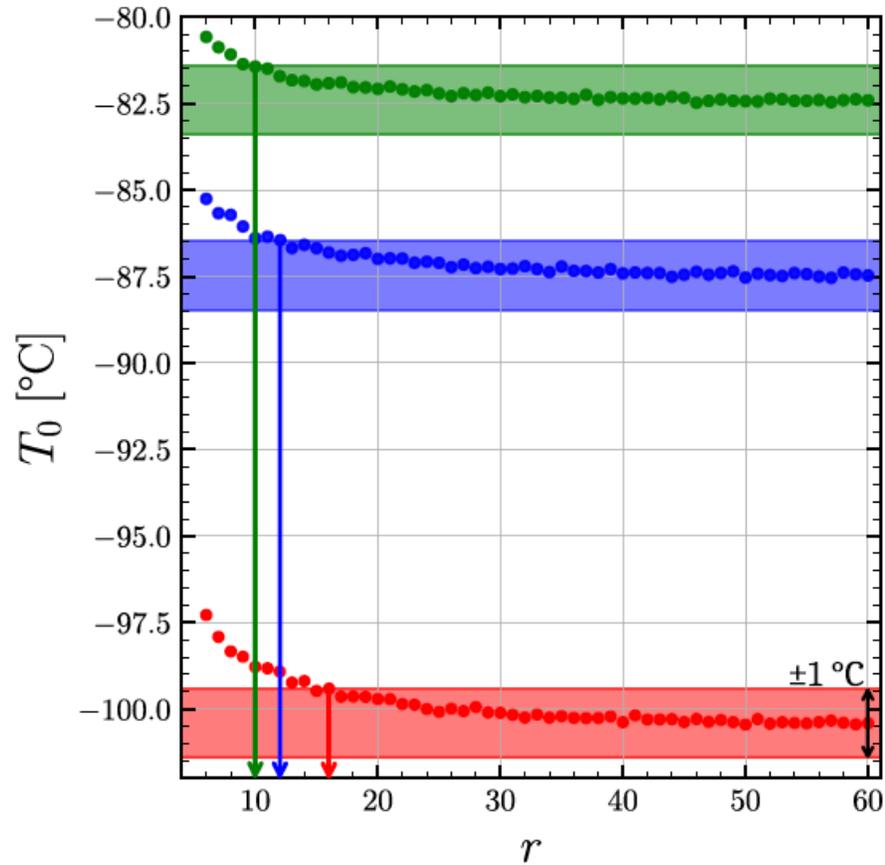
#### Quantités d'intérêt

- Moyenne, variance
- Intervalles de confiance

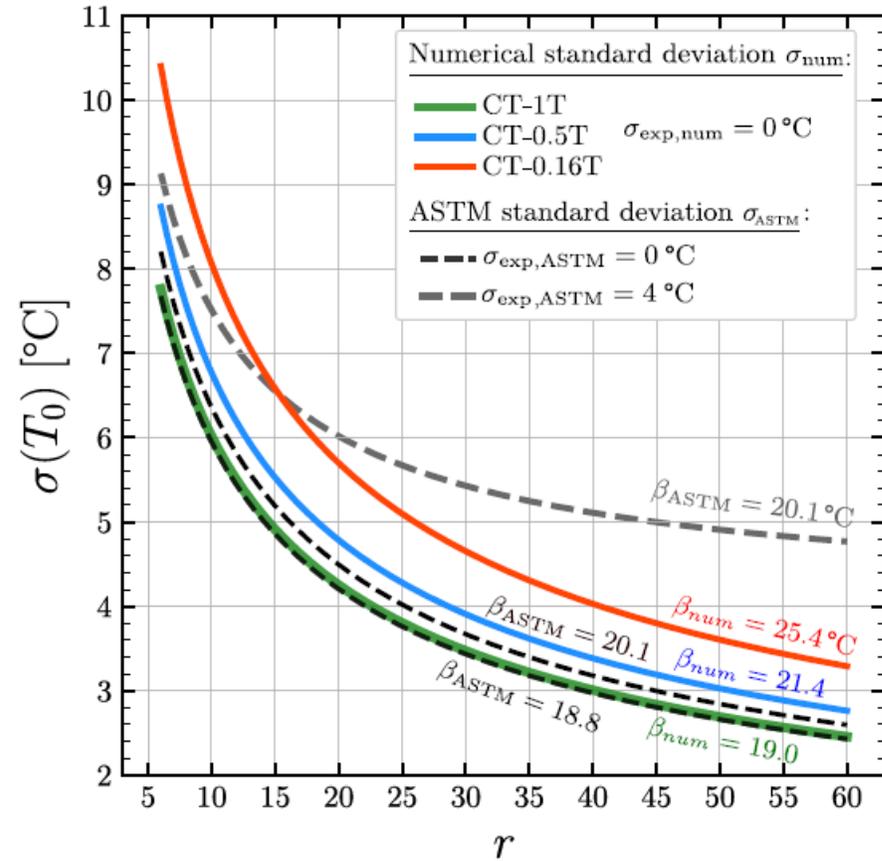


### Étape C' : Analyse de sensibilité

Étape B' : Calibration,  
Validation, Optimisation



(a) Mean  $T_0$ .



(b) Standard deviation  $\sigma(T_0)$ .

Figure 7: Evolution of  $T_0$  versus the total number of uncensored data  $r$ . Temperatures tests are chosen to approximate  $T_0 - 30^\circ\text{C}$ .

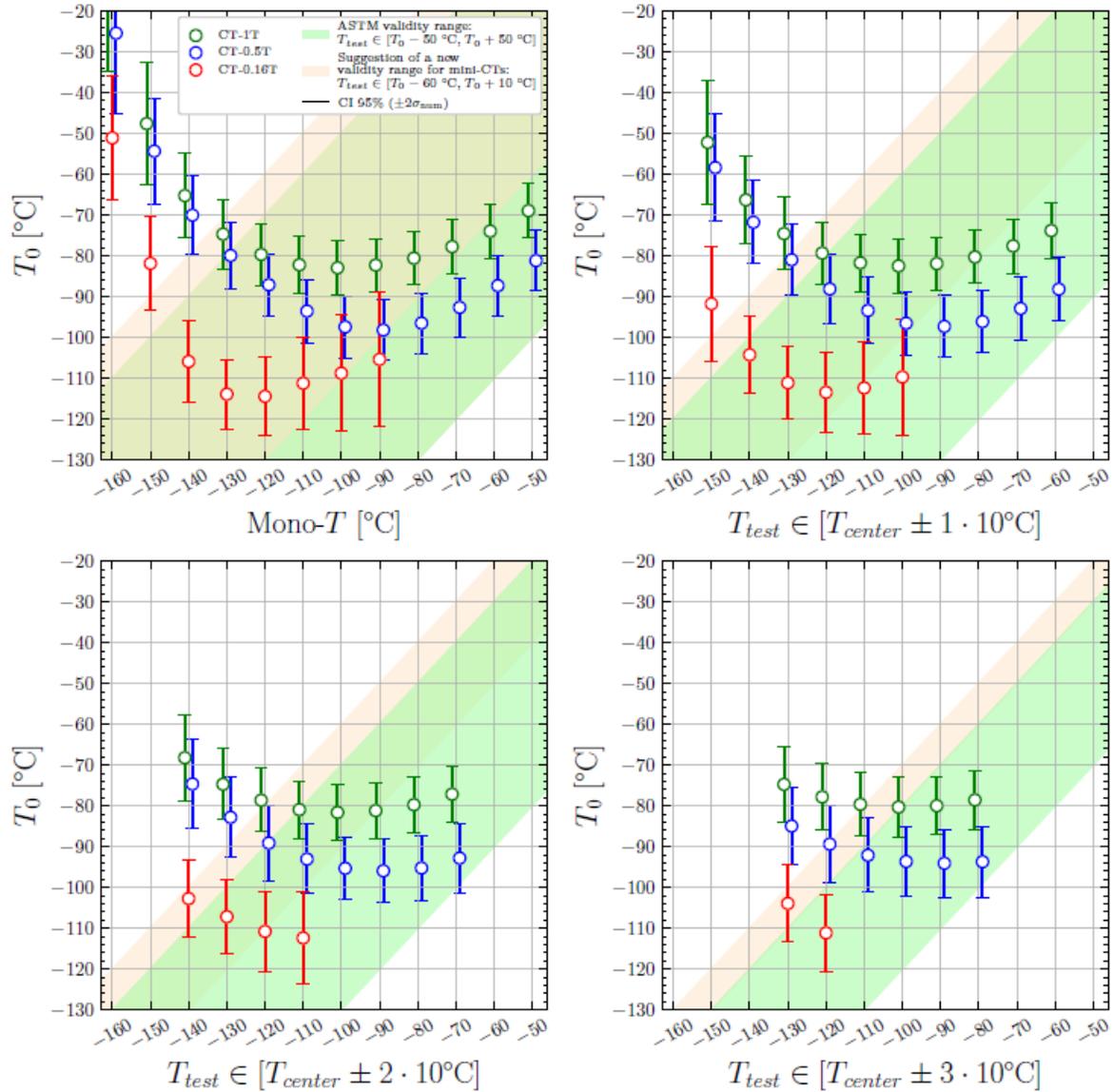


Figure 8:  $T_0$  versus the temperature(s) test  $T_{test}$ .

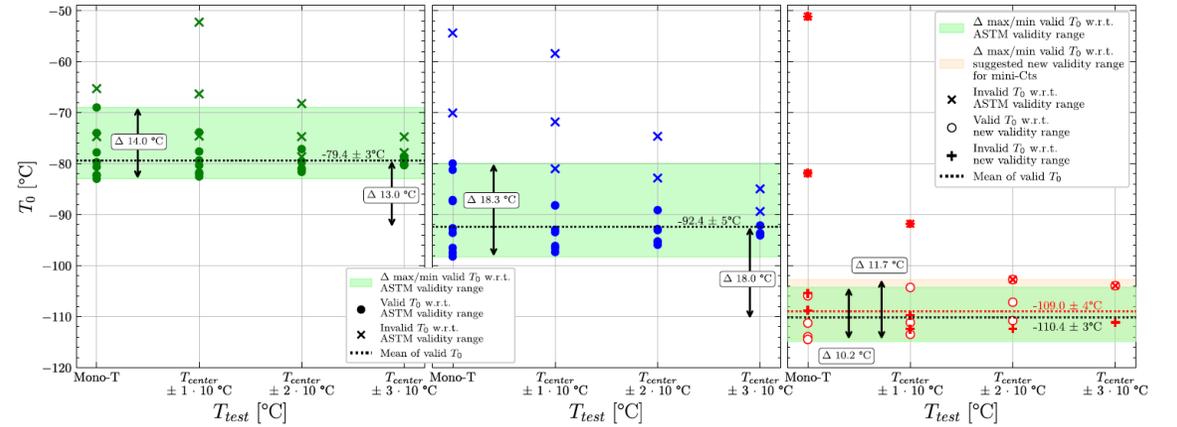
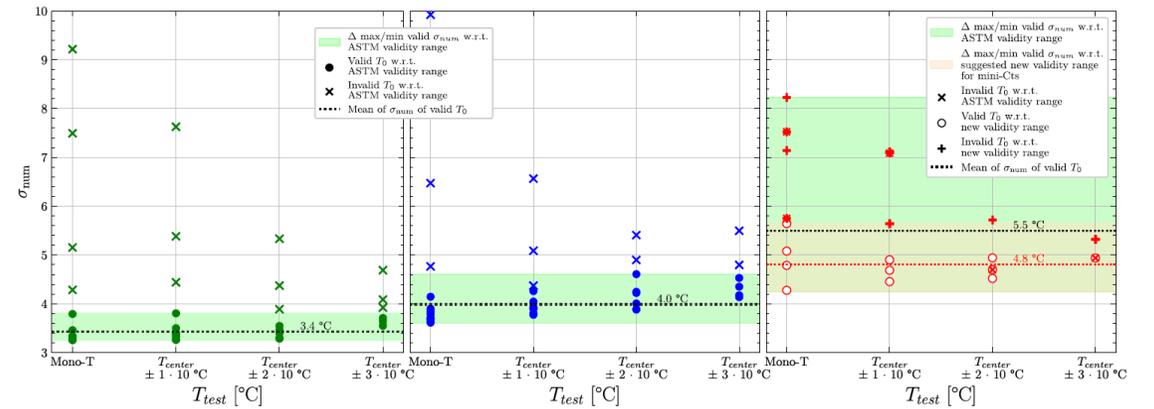


Figure 9: Recap of  $T_0$  estimates in mono-T and multi-T. CT-1T, CT-0.5T, and CT-0.16T are shown in green, blue, and red, respectively.



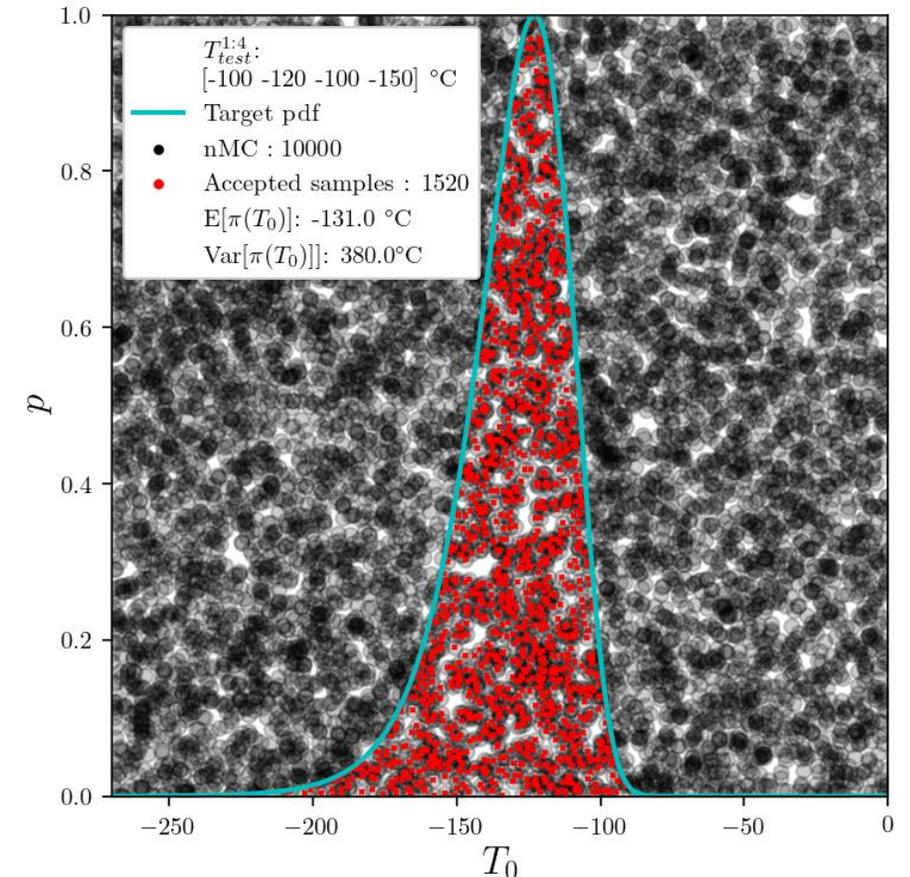
➤ Evaluer la distribution a posteriori  $\pi(T_0 | T_{test}^{1:i+1}, K_{J_c}^{1:i+1})$

## 2) Méthode d'échantillonnage par Acceptation-Rejet

- Méthode simple, flexible et particulièrement **adaptée en faible dimension**
- **Pas d'hypothèse sur le nombre d'échantillons**
- **Rapidement couteuse**

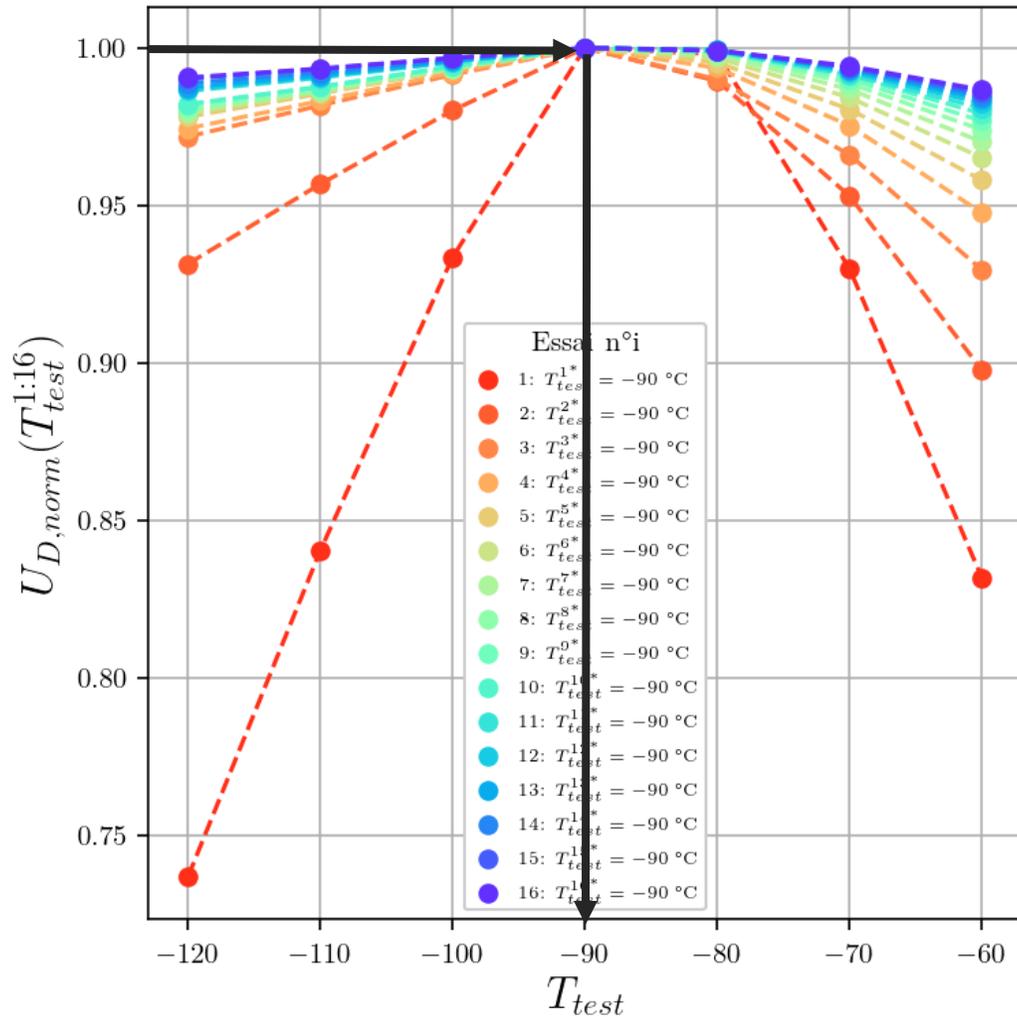
➤ Choix d'une **loi a priori uniforme** large pour englober la distribution a posteriori

1.  $k = 1$
2. Générer un échantillon  $T_0^{(k)} \sim \pi(T_0)$  la loi *a priori* de  $T_0$
3. Générer un échantillon  $p^{(k)} \sim \mathcal{U}[0,1]$
4. Si  $p^{(k)} \leq c \mathcal{L}(T_0^{(k)} | T_{test}^{1:i+1}, K_{J_c}^{1:i+1})$ , avec  $c = \left[ \max \mathcal{L}(T_0^{(k)} | T_{test}^{1:i+1}, K_{J_c}^{1:i+1}) \right]^{-1}$ 
  1. Accepter  $T_0^{(k)}$   $i$ : l'indice du  $i^{\text{ème}}$  essai
  2.  $k = k + 1$
5. Arrêter si  $k = N_{post}$ , sinon aller à l'étape 2)



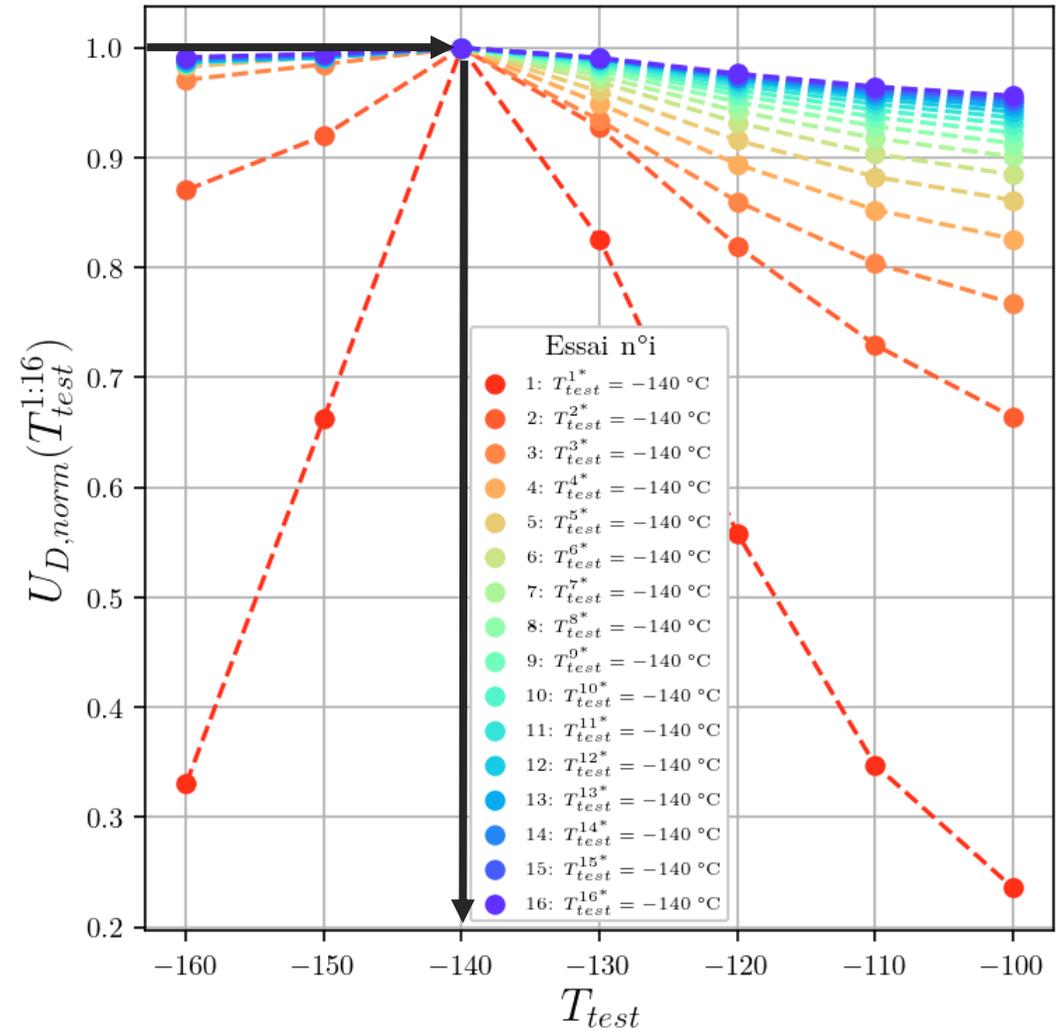
✓ Solution optimale CT-0.5T par fonctions d'utilité U1

$$T_{test}^{1:N_e^*} = [-90, -90, -90, \dots, -90] \text{ °C}$$



✓ Solution optimale CT-0.5T par fonctions d'utilité U1

$$T_{test}^{1:N_e^*} = [-140, -140, -140, \dots, -140] \text{ °C}$$



➤ Exemple 4 essais expérimentaux sur mini-CT à -110 °C

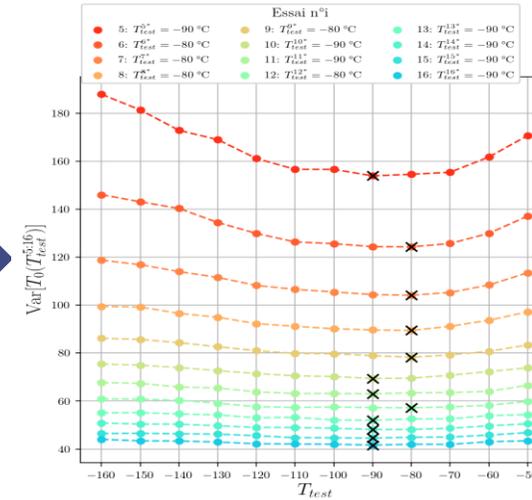
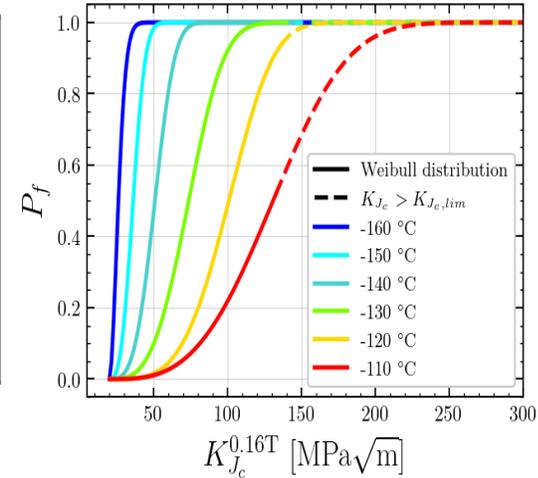
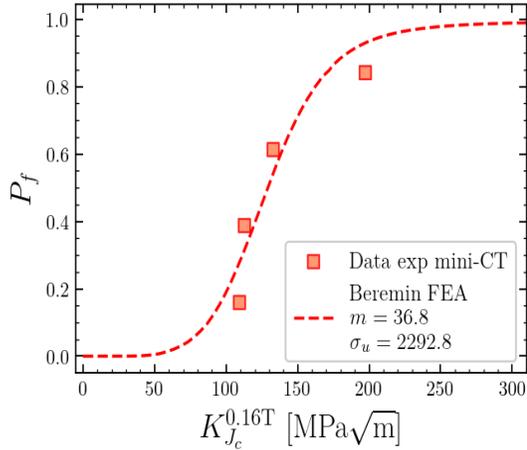
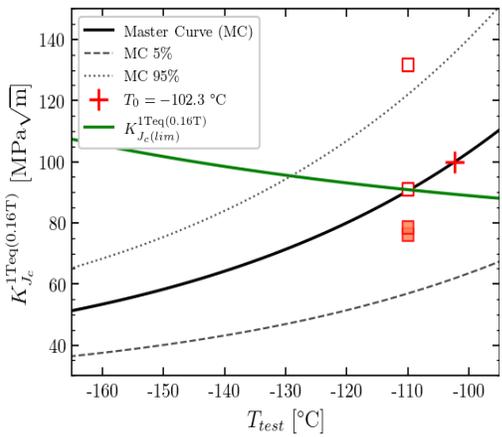
1) Essais expérimentaux

2) Optimisation Modèle Beremin

3) MAJ Distribution Weibull

4) Identification de(s)  $T_{test}^*$  suivants

5) Essais  $T_{test}^*, K_{Jc}$



$T_{test}^{5:8*} = -120 \text{ °C}$