



# Prior de référence proprement contraint pour une planification d'expériences robuste en support à l'estimation de courbes de fragilité sismique

Ecole Thématique sur les Incertitudes en Calcul Scientifique

**Antoine Van Biesbroeck<sup>a,b</sup>, Josselin Garnier<sup>a</sup>, Cyril Feau<sup>b</sup>, Clément Gauchy<sup>b</sup>**  
**[antoine.van-biesbroeck@polytechnique.edu](mailto:antoine.van-biesbroeck@polytechnique.edu)**

<sup>a</sup>CMAP, CNRS, École polytechnique, Institut Polytechnique de Paris, 91120 Palaiseau, France

<sup>b</sup>Université Paris-Saclay, CEA, 91191 Gif-sur-Yvette, France

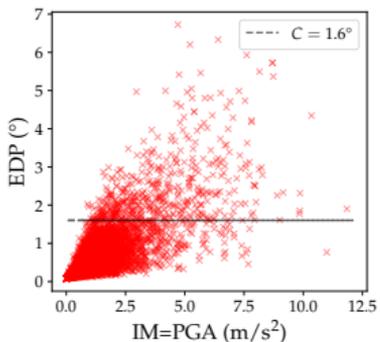
25 septembre 2024

# Contexte



**Exemple de cas d'étude :** tuyauterie de refroidissement d'un réacteur nucléaire

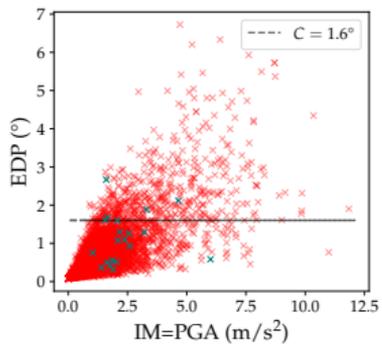
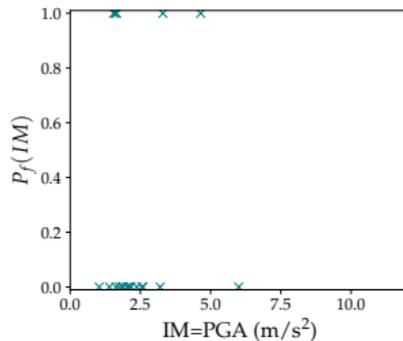
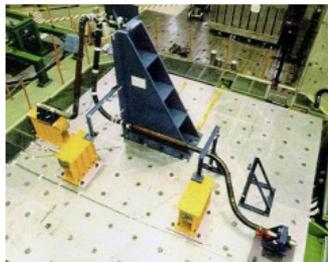
- Soumise à des signaux sismiques sur table vibrante ; et simulée numériquement.  $10^4$  simulations à disposition pour du benchmark.
- Défaillance théorique de l'équipement : rotation excessive du premier coude.



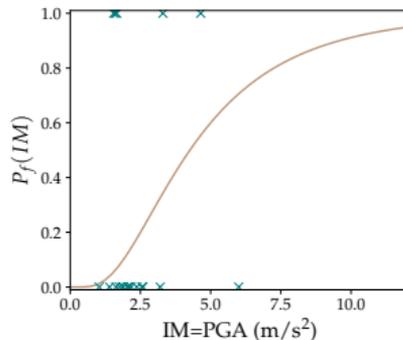
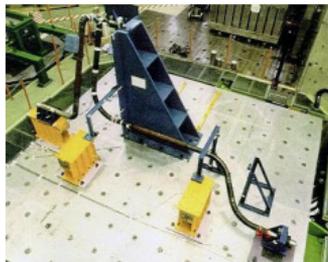
**Données de travail :** Rotation du coude en fonction du signal sismique

- Le signal sismique est réduit à une Mesure d'Intensité (IM).  
Généralement, IM=PGA (Peak Ground Accelertion).

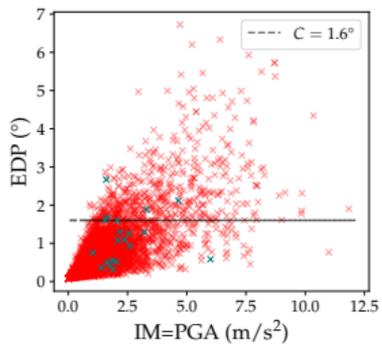
# Contexte



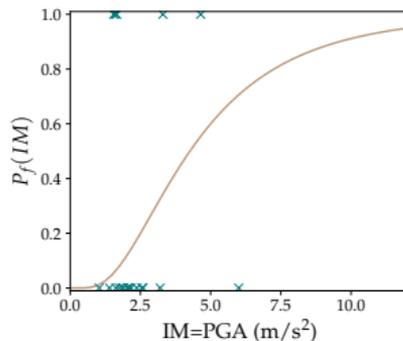
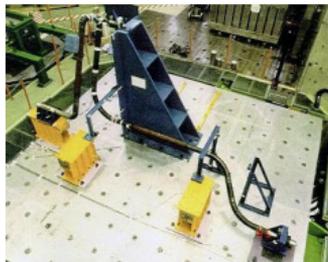
# Contexte



Objectif : Estimer la courbe de fragilité: Probabilité('défaillance')= $f(IM)$

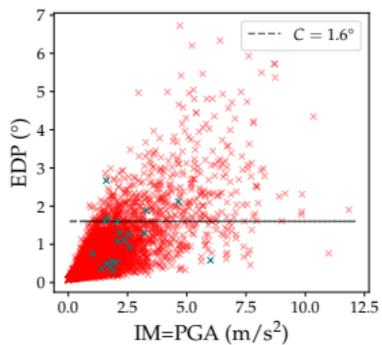


# Contexte

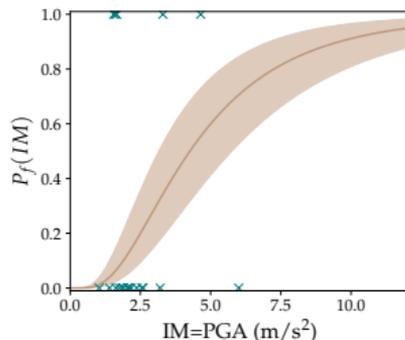
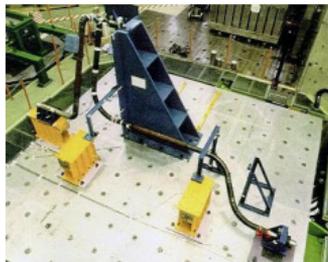


Objectif : Estimer la courbe de fragilité: Probabilité('défaillance')= $f(IM)$

Méthode : Estimation bayésienne sur le modèle  $\mathbb{P}(\text{'défaillance'}|IM = a) = \Phi_{\theta}(a)$



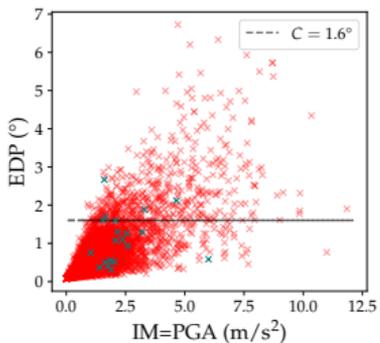
# Contexte



Objectif : Estimer la courbe de fragilité: Probabilité('défaillance')=f(IM)

Méthode : Estimation bayésienne sur le modèle  $\mathbb{P}(\text{'défaillance'}|\text{IM} = a) = \Phi_{\theta}(a)$

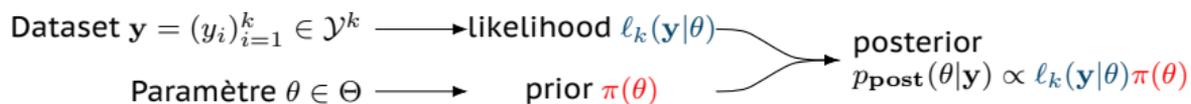
Avantages de notre construction :  
▶ Permet le calcul des incertitudes sur l'estimation,  
▶ Régularise même avec peu de données,  
▶ Construction objective du prior<sup>1</sup>.



<sup>1</sup>A. Van Biesbroeck. "Generalized mutual information and their reference priors under Csizar f-divergence". arxiv. 2023

# Construction objective et auditable d'un prior exploitable

Sources d'information transmises au posterior dans le canevas bayésien :



# Construction objective et auditable d'un prior exploitable

Sources d'information transmises au posterior dans le canevas bayésien :



Information issue des données & information a priori.

# Construction objective et auditable d'un prior exploitable

Sources d'information transmises au posterior dans le canevas bayésien :



Information issue des données & information a priori.

- ▶ Principe de la théorie des priors de références : maximiser l'information issue des données.
- ▶ Revient à maximiser l'impact qu'ont les données sur le posterior :

$$\text{maximiser selon } \pi \quad \mathbb{E}[D(\pi||p_{\text{post}}(\theta|\mathbf{y}))].$$

# Construction objective et auditable d'un prior exploitable

Sources d'information transmises au posterior dans le canevas bayésien :



Information issue des données & information a priori.

- ▶ Principe de la théorie des priors de références : maximiser l'information issue des données.
- ▶ Revient à maximiser l'impact qu'ont les données sur le posterior :

$$\text{maximiser selon } \pi \quad \mathbb{E}[D(\pi||p_{\text{post}}(\theta|\mathbf{y}))].$$

- ▶ **Attention aux posteriors impropres ! ~~exploitable~~**

# Construction objective et auditable d'un prior exploitable

Sources d'information transmises au posterior dans le canevas bayésien :



Information issue des données & information a priori.

- ▶ Principe de la théorie des priors de références : maximiser l'information issue des données.
- ▶ Revient à maximiser l'impact qu'ont les données sur le posterior :

$$\text{maximiser selon } \pi \quad \mathbb{E}[D(\pi||p_{\text{post}}(\theta|\mathbf{y}))].$$

- ▶ **Attention aux posteriors impropres ! ~~exploitable~~**

Solution : contraintes sur le prior de référence qui le rendent propre<sup>2</sup> :

$$\begin{aligned} &\text{maximiser selon } \pi \quad \mathbb{E}[D(\pi||p_{\text{post}}(\theta|\mathbf{y}))]. \\ &\text{avec } \pi \in \mathcal{P} \end{aligned}$$

$\mathcal{P}$  étant un ensemble de contraintes sur le prior peu restrictives.

<sup>2</sup>A. Van Biesbroeck. "Properly constrained reference priors decay rates for efficient and robust posterior inference". 2024

# Dégénérescence des données<sup>3</sup>

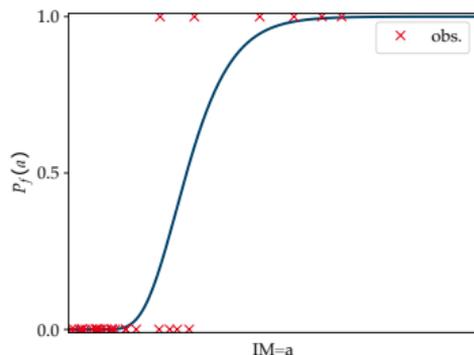


Figure: Exemple de cas non-dégénéré.

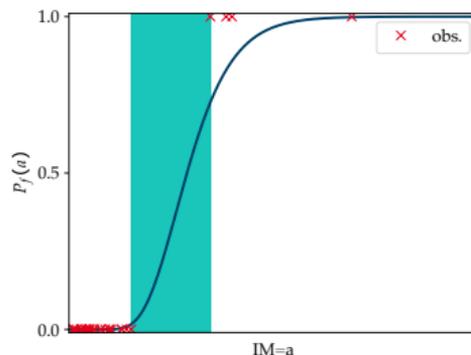


Figure: Exemple de cas dégénéré.

<sup>3</sup>A. Van Biesbroeck et al. "Reference prior for Bayesian estimation of seismic fragility curves". Prob. Eng. Mech. 2024

# Dégénérescence des données<sup>3</sup>

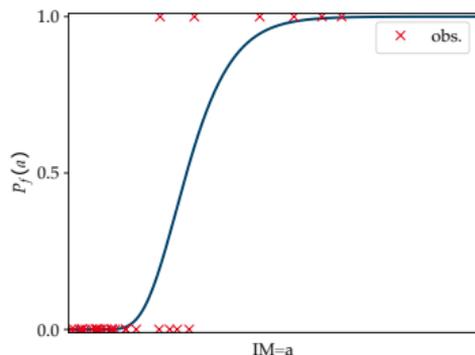


Figure: Exemple de cas non-dégénéré.

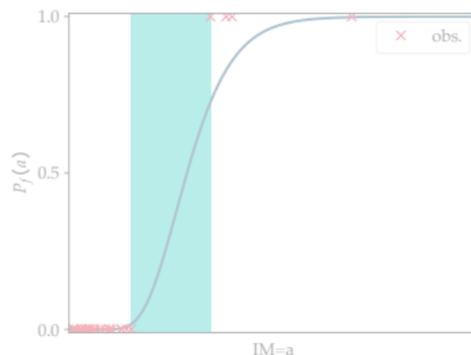


Figure: Exemple de cas dégénéré.

Posteriors impropres avec la plupart des priors non-informatifs.

<sup>3</sup>A. Van Biesbroeck et al. "Reference prior for Bayesian estimation of seismic fragility curves". Prob. Eng. Mech. 2024

# Dégénérescence des données<sup>3</sup>

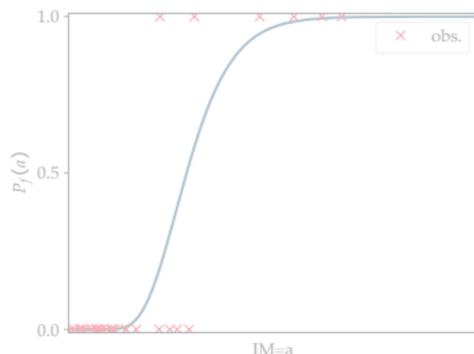


Figure: Exemple de cas non-dégénéré.

Posteriors impropres avec la plupart des priors non-informatifs.

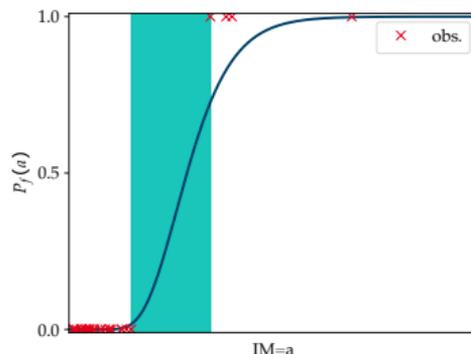


Figure: Exemple de cas dégénéré.

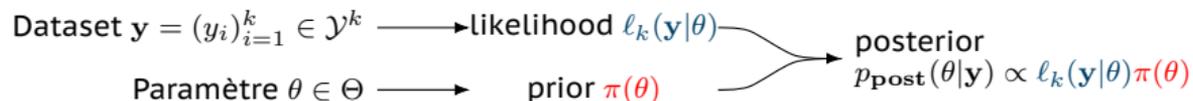
Posteriors impropres avec la plupart des priors non-informatifs **et compris les priors objectifs non contraints.**

- Problème plus souvent rencontré lorsqu'il y a peu de données, ou lorsque les défaillances sont des phénomènes rares.

<sup>3</sup>A. Van Biesbroeck et al. "Reference prior for Bayesian estimation of seismic fragility curves". Prob. Eng. Mech. 2024

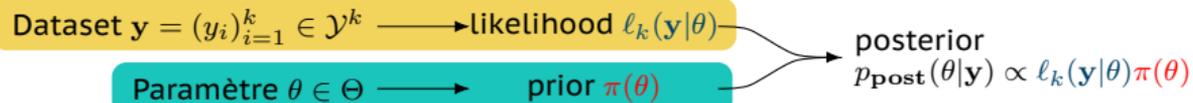
# Planification d'expériences basée sur les indices de sensibilité

Sources d'information transmises au posterior dans le canevas bayésien :



# Planification d'expériences basée sur les indices de sensibilité

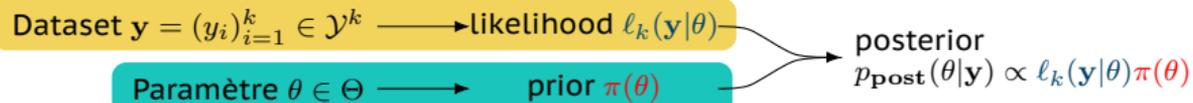
Sources d'information transmises au posterior dans le canevas bayésien :



Information issue des données & information a priori.

# Planification d'expériences basée sur les indices de sensibilité

Sources d'information transmises au posterior dans le canevas bayésien :



Information issue des données & information a priori.

- **Idée** : Choisir intelligemment les signaux sismiques (IM) pour éviter la dégénérescence, et améliorer l'apprentissage.
- **Approche** : Maximiser l'information issue des données sur le posterior.

# Planification d'expériences basée sur les indices de sensibilité

Sources d'information transmises au posterior dans le canevas bayésien :



Information issue des données & information a priori.

- **Idee** : Choisir intelligemment les signaux sismiques (IM) pour éviter la dégénérescence, et améliorer l'apprentissage.
- **Approche** : Maximiser l'information issue des données sur le posterior.
- **Outil** : Indices de sensibilité<sup>4</sup>. On maximise séquentiellement l'impact d'une donnée issue d'une IM ajoutée sur le posterior  $p_{\text{post}}(\theta|\mathbf{y})$ :

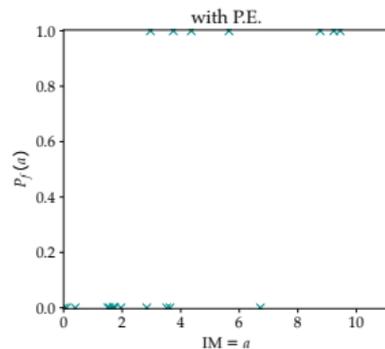
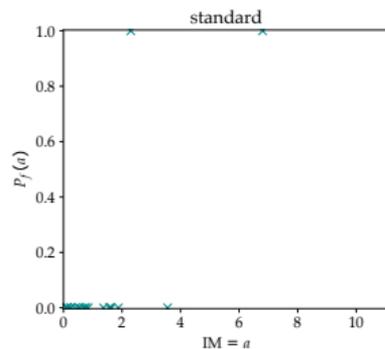
$$\text{maximiser selon } IM_{k+1} \quad \mathcal{I}_{k+1}(IM_{k+1}) = \mathbb{E}_{y_{k+1}} [D(\mathbb{P}_{\theta|\mathbf{y}} || \mathbb{P}_{\theta|\mathbf{y}, y_{k+1}}) | \mathbf{y}].$$

<sup>4</sup>S. Da Veiga. "Global sensitivity analysis with dependence measures". J. Stat. Comput. Simul. 2015

# Planification d'expériences séquentielle

## Résultats sur le cas d'étude

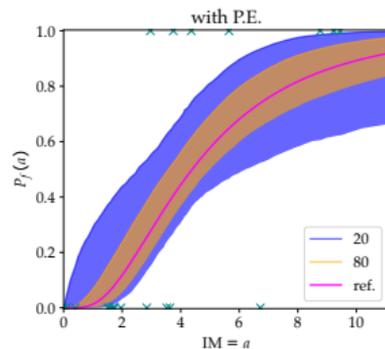
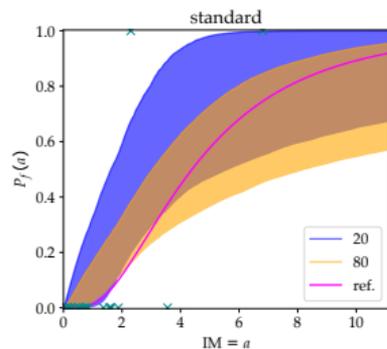
► Exemples :



# Planification d'expériences séquentielle

## Résultats sur le cas d'étude

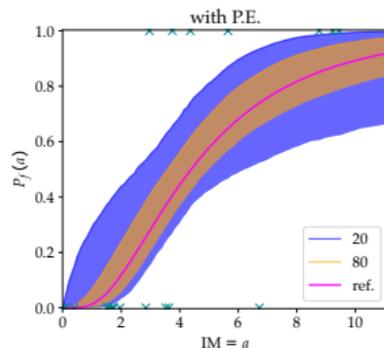
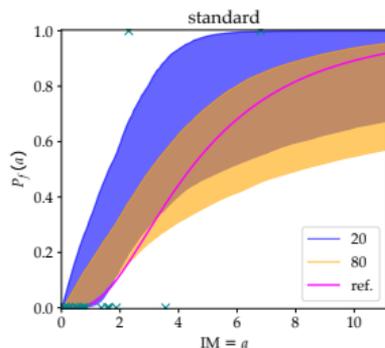
### ► Exemples :



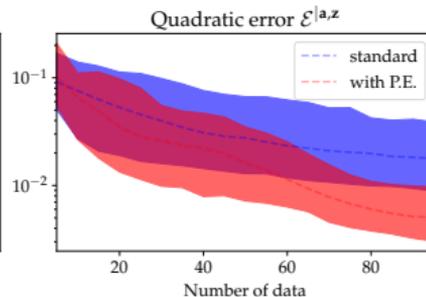
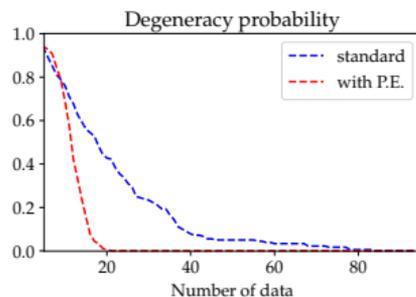
# Planification d'expériences séquentielle

## Résultats sur le cas d'étude

### Exemples :



### Performances :



Merci pour votre attention !