

DE LA RECHERCHE À L'INDUSTRIE



# Utilisation des métamodèles par processus gaussiens pour la quantification du risque associé à une agrégation de codes numériques

**G. Perrin**

Forum Incertitudes - CEA/DAM - TGCC Bruyères le Châtel |

1er Octobre 2014

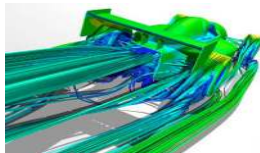
- 1 Contexte d'étude
- 2 La métamodélisation par processus gaussien au service de la classification
- 3 Adaptation à l'agrégation de critères
- 4 Conclusions et perspectives

- Intégrant de plus en plus de phénomènes physiques, les codes de calcul se **complexifient** et se **multiplient**.

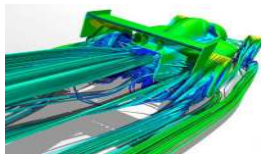
- Intégrant de plus en plus de phénomènes physiques, les codes de calcul se **complexifient** et se **multiplient**.
- La zone de défaillance d'un **système** peut nécessiter l'appel à différents codes, aux coûts de calcul **variables**.

- Intégrant de plus en plus de phénomènes physiques, les codes de calcul se **complexifient** et se **multiplient**.
- La zone de défaillance d'un **système** peut nécessiter l'appel à différents codes, aux coûts de calcul **variables**.
- Pour un budget de calcul total **fixé**, se pose alors le problème de la **répartition des évaluations** entre les différents codes.

- Par exemple, l'optimisation des propriétés d'une voiture peut se réaliser sous des contraintes :
  - géométriques (quelques secondes),
  - de réponse en fréquence (quelques minutes),
  - de tenue au crash (quelques heures),
  - de trainée aérodynamique (quelques dizaines d'heures),
  - ...



- Par exemple, l'optimisation des propriétés d'une voiture peut se réaliser sous des contraintes :
  - géométriques (quelques secondes),
  - de réponse en fréquence (quelques minutes),
  - de tenue au crash (quelques heures),
  - de traînée aérodynamique (quelques dizaines d'heures),
  - ...



## Problématique

Comment répartir au mieux son budget de calcul pour optimiser la connaissance des limites du système étudié ?

- Soient  $g_i$ ,  $1 \leq i \leq N$ ,  $N$  fonctionnelles (expérience élémentaire ou complexe, simulation numérique simple ou avancée,...) associant à tout élément de  $\mathcal{S}^d \subset \mathbb{R}^d$  une quantité d'intérêt réelle (accélération, déplacement, contrainte maximales...).



- Soient  $g_i$ ,  $1 \leq i \leq N$ ,  $N$  fonctionnelles (expérience élémentaire ou complexe, simulation numérique simple ou avancée,...) associant à tout élément de  $\mathcal{S}^d \subset \mathbb{R}^d$  une quantité d'intérêt réelle (accélération, déplacement, contrainte maximales...).
- On note de plus  $C_i$  le coût (financier, temps d'obtention des résultats,...) associé à une évaluation de  $g_i$ .

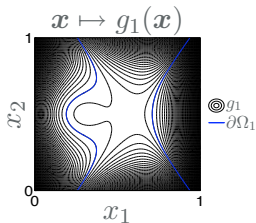
- Soient  $g_i$ ,  $1 \leq i \leq N$ ,  $N$  fonctionnelles (expérience élémentaire ou complexe, simulation numérique simple ou avancée,...) associant à tout élément de  $\mathcal{S}^d \subset \mathbb{R}^d$  une quantité d'intérêt réelle (accélération, déplacement, contrainte maximales...).
- On note de plus  $C_i$  le coût (financier, temps d'obtention des résultats,...) associé à une évaluation de  $g_i$ .
- Soient  $\Omega_i = \{x \in \mathcal{S}^d \mid g_i(x) \leq S_i\}$  les ensembles définis à partir des seuils  $S_i$ .

- Soient  $g_i$ ,  $1 \leq i \leq N$ ,  $N$  fonctionnelles (expérience élémentaire ou complexe, simulation numérique simple ou avancée,...) associant à tout élément de  $\mathcal{S}^d \subset \mathbb{R}^d$  une quantité d'intérêt réelle (accélération, déplacement, contrainte maximales...).
- On note de plus  $C_i$  le coût (financier, temps d'obtention des résultats,...) associé à une évaluation de  $g_i$ .
- Soient  $\Omega_i = \{x \in \mathcal{S}^d \mid g_i(x) \leq S_i\}$  les ensembles définis à partir des seuils  $S_i$ .

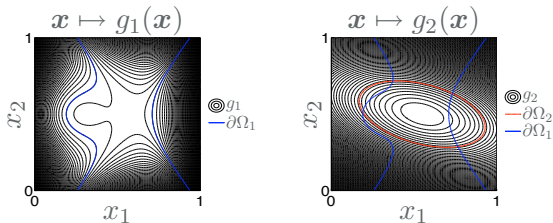
## Reformulation de la problématique

Sachant  $C_i$ , comment optimiser la connaissance des limites de  $\cap_{i=1}^N \Omega_i$  (ou son complémentaire  $\cup_{i=1}^N \Omega_i$ ) à budget de calcul total fixé ?

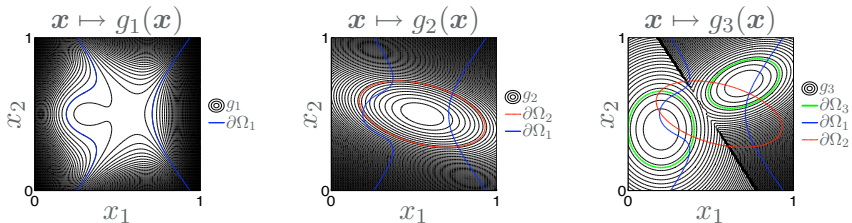
Exemple :  $d = 2$ ,  $N = 3$ ,  $\mathcal{S}^d = [0, 1] \times [0, 1]$ ,  $S_1 = S_2 = S_3 = 0$ .



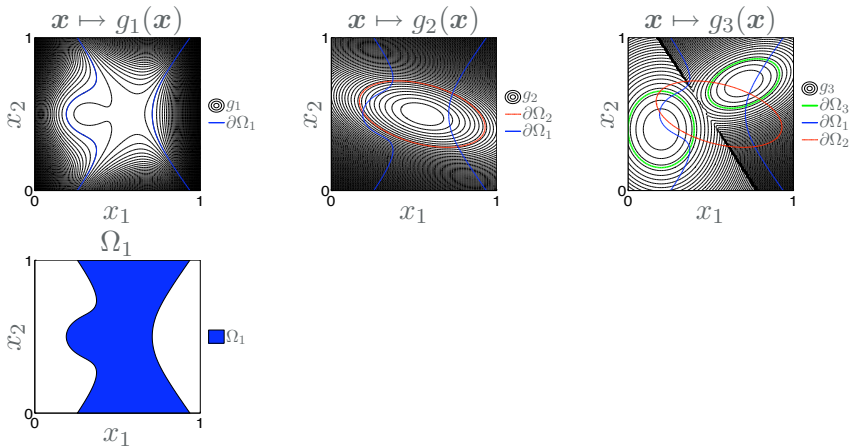
Exemple :  $d = 2$ ,  $N = 3$ ,  $\mathcal{S}^d = [0, 1] \times [0, 1]$ ,  $S_1 = S_2 = S_3 = 0$ .



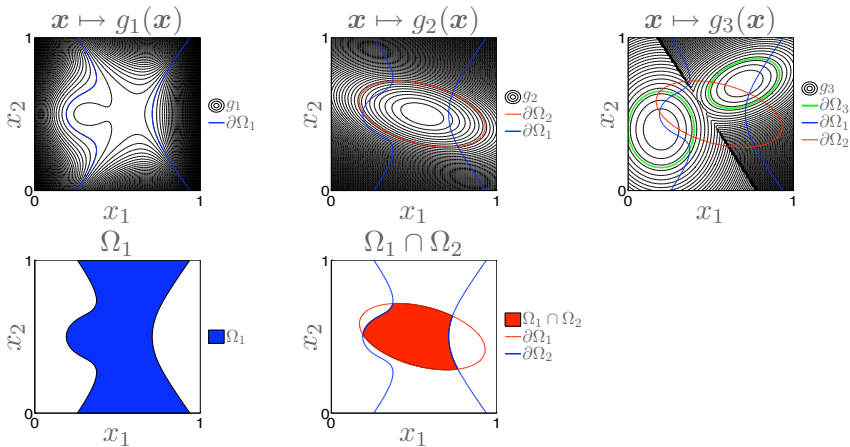
Exemple :  $d = 2$ ,  $N = 3$ ,  $\mathcal{S}^d = [0, 1] \times [0, 1]$ ,  $S_1 = S_2 = S_3 = 0$ .



Exemple :  $d = 2$ ,  $N = 3$ ,  $\mathcal{S}^d = [0, 1] \times [0, 1]$ ,  $S_1 = S_2 = S_3 = 0$ .

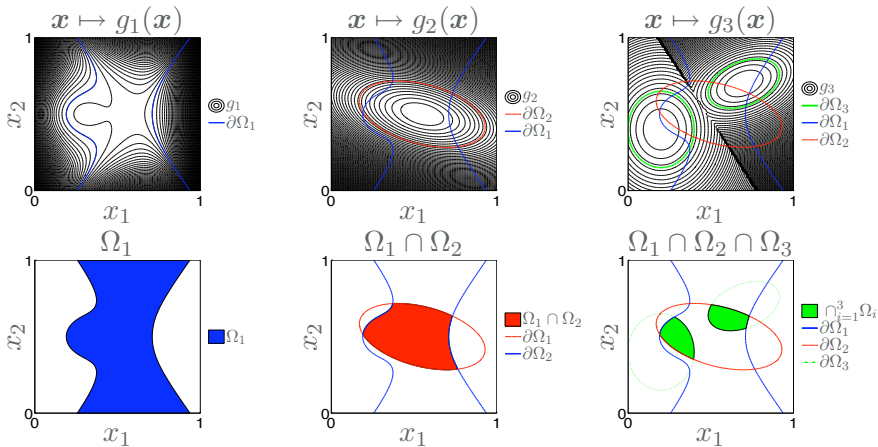


Exemple :  $d = 2$ ,  $N = 3$ ,  $\mathcal{S}^d = [0, 1] \times [0, 1]$ ,  $S_1 = S_2 = S_3 = 0$ .

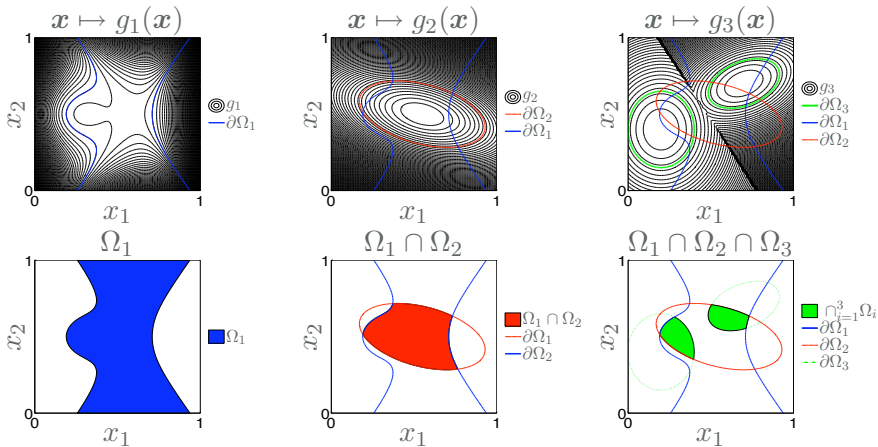




Exemple :  $d = 2$ ,  $N = 3$ ,  $\mathcal{S}^d = [0, 1] \times [0, 1]$ ,  $S_1 = S_2 = S_3 = 0$ .



Exemple :  $d = 2$ ,  $N = 3$ ,  $\mathcal{S}^d = [0, 1] \times [0, 1]$ ,  $S_1 = S_2 = S_3 = 0$ .



Reformulation de la problématique

Comment identifier  $\Omega_1 \cap \Omega_2 \cap \Omega_3$  ?

- 1 Contexte d'étude
- 2 La métamodélisation par processus gaussien au service de la classification
- 3 Adaptation à l'agrégation de critères
- 4 Conclusions et perspectives

## Supposons :

- qu'il existe  $(f_q^{(i)}(\mathbf{x}), \beta_q^{(i)})_{1 \leq q \leq Q}$  un ensemble de fonctions (**choisies**) et de coefficients (**à calibrer**), et  $Z_i$  un **processus gaussien stationnaire** de covariance  $K(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|)$  (**à identifier**), si bien que :

$$g_i(\mathbf{x}) = \sum_{q=1}^Q \beta_q^{(i)} f_q^{(i)}(\mathbf{x}) + Z_i(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in \mathcal{D}^d;$$

- que l'on dispose de  $\nu$  évaluations de  $g_i$  aux points  $\{\mathbf{x}^1, \dots, \mathbf{x}^\nu\}$ .

## Supposons :

- qu'il existe  $(f_q^{(i)}(\mathbf{x}), \beta_q^{(i)})_{1 \leq q \leq Q}$  un ensemble de fonctions (**choisies**) et de coefficients (**à calibrer**), et  $Z_i$  un **processus gaussien stationnaire** de covariance  $K(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|)$  (**à identifier**), si bien que :

$$g_i(\mathbf{x}) = \sum_{q=1}^Q \beta_q^{(i)} f_q^{(i)}(\mathbf{x}) + Z_i(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in \mathcal{D}^d;$$

- que l'on dispose de  $\nu$  évaluations de  $g_i$  aux points  $\{\mathbf{x}^1, \dots, \mathbf{x}^\nu\}$ .

⇒ La **meilleure prédiction linéaire non-biaisée** de la quantité non-observée  $g_i(\mathbf{x})$ , **conditionnée** par les observations  $g_i(\mathbf{x}^j)$ , est une **variable aléatoire gaussienne**,  $\hat{g}_i(\mathbf{x})$ ,

- de **moyenne**  $\hat{\mu}_i(\mathbf{x})$  ( $\leftrightarrow$  prédiction **la plus probable** en  $\mathbf{x}$ ),
- de **variance**  $\hat{\sigma}_i^2(\mathbf{x})$  ( $\leftrightarrow$  **confiance** attribuée à la prédiction en  $\mathbf{x}$ ).

En se basant sur le caractère **aléatoire** du prédicteur  $\hat{g}_i$ , on peut introduire la **fonction de classification probabiliste**  $\pi_i$ , telle que pour tout  $\mathbf{x} \in \mathcal{S}^d$  :

$$0 \leq \pi_i(\mathbf{x}) = \mathbb{P}(\hat{g}_i(\mathbf{x}) \leq \mathcal{S}_i) \leq 1.$$

En se basant sur le caractère **aléatoire** du prédicteur  $\widehat{g}_i$ , on peut introduire la **fonction de classification probabiliste**  $\pi_i$ , telle que pour tout  $\mathbf{x} \in \mathcal{S}^d$  :

$$0 \leq \pi_i(\mathbf{x}) = \mathbb{P}(\widehat{g}_i(\mathbf{x}) \leq S_i) \leq 1.$$

Par construction,  $\pi_i(\mathbf{x}) \approx \mathbb{P}(\mathbf{x} \in \Omega_i)$ . La **prédiction**,  $\widehat{\partial\Omega}_i$ , du **contour**  $\partial\Omega_i$  de  $\Omega_i$ , est ainsi caractérisée par les points dont l'appartenance à  $\Omega_i$  est la **plus incertaine** :

$$\widehat{\partial\Omega}_i = \left\{ \mathbf{x} \in \mathcal{S}^d \mid \pi_i(\mathbf{x}) = 1/2 \right\}.$$

En se basant sur le caractère **aléatoire** du prédicteur  $\widehat{g}_i$ , on peut introduire la **fonction de classification probabiliste**  $\pi_i$ , telle que pour tout  $\mathbf{x} \in \mathcal{S}^d$  :

$$0 \leq \pi_i(\mathbf{x}) = \mathbb{P}(\widehat{g}_i(\mathbf{x}) \leq S_i) \leq 1.$$

Par construction,  $\pi_i(\mathbf{x}) \approx \mathbb{P}(\mathbf{x} \in \Omega_i)$ . La **prédiction**,  $\widehat{\partial\Omega}_i$ , du **contour**  $\partial\Omega_i$  de  $\Omega_i$ , est ainsi caractérisée par les points dont l'appartenance à  $\Omega_i$  est la **plus incertaine** :

$$\widehat{\partial\Omega}_i = \left\{ \mathbf{x} \in \mathcal{S}^d \mid \pi_i(\mathbf{x}) = 1/2 \right\}.$$

La **confiance** attribuée aux points de ce contour est enfin d'autant plus **faible** que  $\widehat{\sigma}_i^2(\mathbf{x})$  est **grand**.



## Planification séquentielle des évaluations de $g_i$

## Planification séquentielle des évaluations de $g_i$

- 1 Initialisation** : on évalue  $\hat{g}_i^{(\nu)} \sim \mathcal{N}(\hat{\mu}_i^{(\nu)}(\mathbf{x}), \hat{\sigma}_i^{(\nu)}(\mathbf{x}))$  à partir de la connaissance de  $g_i$  aux points initiaux  $\{\mathbf{x}^i, \dots, \mathbf{x}^\nu\}$ .

## Planification séquentielle des évaluations de $g_i$

1 **Initialisation** : on évalue  $\hat{g}_i^{(\nu)} \sim \mathcal{N}(\hat{\mu}_i^{(\nu)}(\mathbf{x}), \hat{\sigma}_i^{(\nu)}(\mathbf{x}))$  à partir de la connaissance de  $g_i$  aux points initiaux  $\{\mathbf{x}^i, \dots, \mathbf{x}^\nu\}$ .

2 **Itération** : pour tout  $j > \nu$ , et pour une précision  $\epsilon$  :

- on identifie  $\mathcal{S}^*$  l'ensemble des points  $\mathbf{x}^*$  tels que :

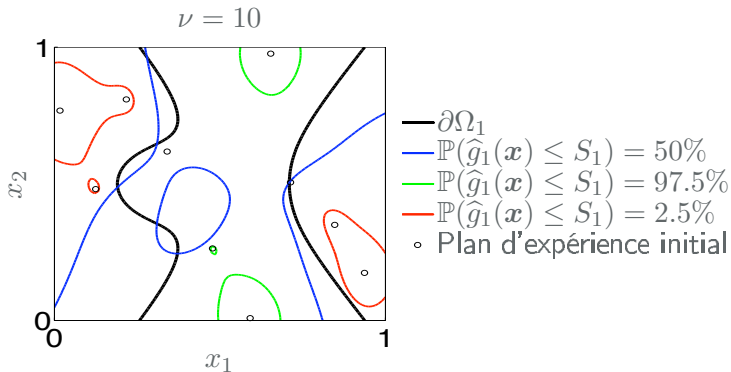
$$|\pi_i(\mathbf{x}^*) - 1/2| \leq \epsilon,$$

- on extrait  $\mathbf{x}^j$  maximisant l'"**incertitude**" de prédiction :

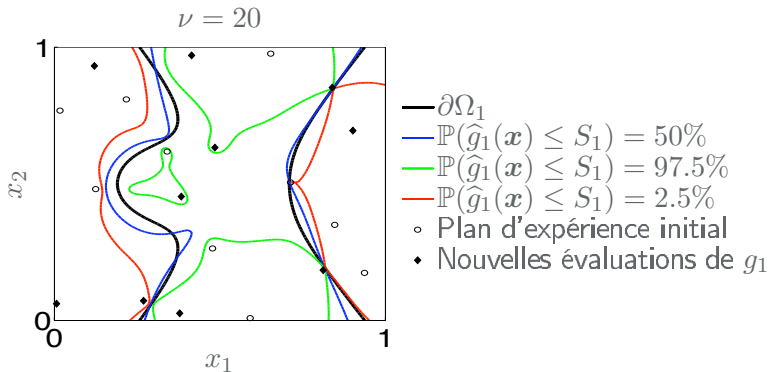
$$\mathbf{x}^j = \arg \max_{\mathbf{x} \in \mathcal{S}^*} \hat{\sigma}_i^{(j-1)}(\mathbf{x}).$$

- on actualise la prédiction  $\hat{g}_i^{(j-1)} \rightarrow \hat{g}_i^{(j)}$  à partir de  $\{\mathbf{x}^i, \dots, \mathbf{x}^j\}$ .

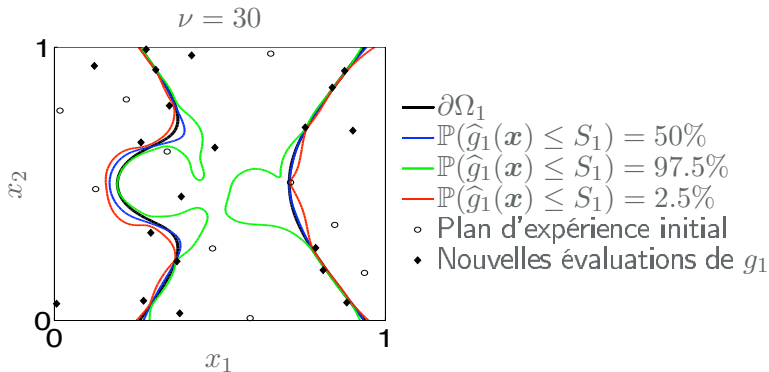
Retour à l'exemple.  $d = 2$ ,  $N = 1$ ,  $\mathcal{S}^d = [0, 1] \times [0, 1]$ ,  $S_1 = 0$ ,  $\epsilon = 1\%$ .



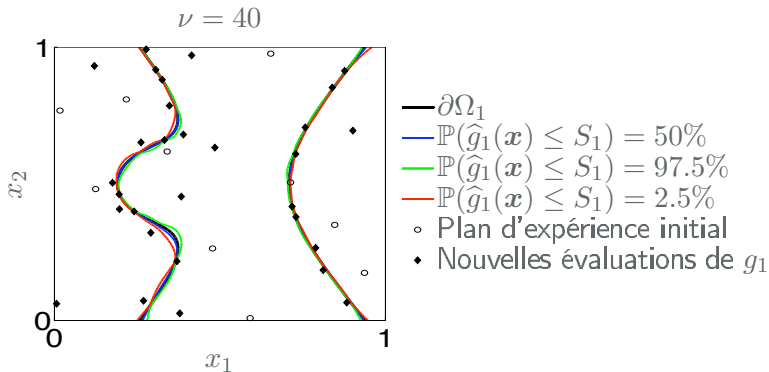
Retour à l'exemple.  $d = 2$ ,  $N = 1$ ,  $\mathcal{S}^d = [0, 1] \times [0, 1]$ ,  $S_1 = 0$ ,  $\epsilon = 1\%$ .



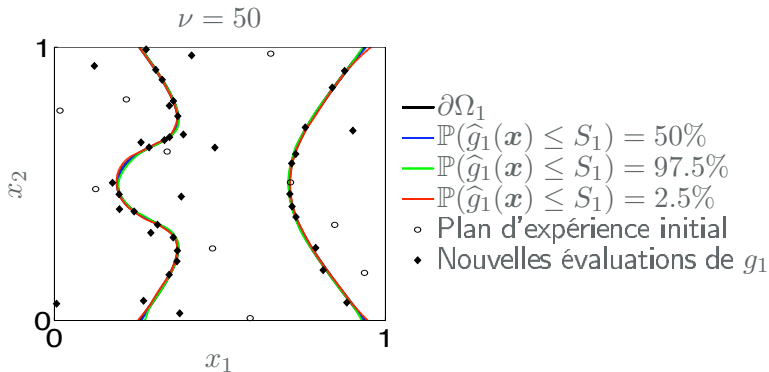
Retour à l'exemple.  $d = 2$ ,  $N = 1$ ,  $\mathcal{S}^d = [0, 1] \times [0, 1]$ ,  $S_1 = 0$ ,  $\epsilon = 1\%$ .



Retour à l'exemple.  $d = 2$ ,  $N = 1$ ,  $\mathcal{S}^d = [0, 1] \times [0, 1]$ ,  $S_1 = 0$ ,  $\epsilon = 1\%$ .



Retour à l'exemple.  $d = 2$ ,  $N = 1$ ,  $\mathcal{S}^d = [0, 1] \times [0, 1]$ ,  $S_1 = 0$ ,  $\epsilon = 1\%$ .





- 1 Contexte d'étude
- 2 La métamodélisation par processus gaussien au service de la classification
- 3 Adaptation à l'agrégation de critères
- 4 Conclusions et perspectives

- 1 Hiérarchisation des fonctionnelles**  $g_i : C_1 \leq C_2 \leq \dots \leq C_N$ .  
 $\Rightarrow$  On ne s'autorise l'appel à  $g_i$  en  $x$  que si les inégalités  
 $g_1(x) \leq S_1, \dots, g_{i-1}(x) \leq S_{i-1}$  sont vérifiées.

**1 Hiérarchisation des fonctionnelles**  $g_i : C_1 \leq C_2 \leq \dots \leq C_N$ .

⇒ On ne s'autorise l'appel à  $g_i$  en  $\mathbf{x}$  que si les inégalités  $g_1(\mathbf{x}) \leq S_1, \dots, g_{i-1}(\mathbf{x}) \leq S_{i-1}$  sont vérifiées.

**2 Domaines imbriqués :**

$$\begin{cases} \tilde{\mathbb{P}}_i(\mathbf{x}) = \mathbb{P}(\mathbf{x} \in \bigcap_{j=1}^i \Omega_j), \\ \tilde{\mathbb{P}}_N(\mathbf{x}) = \mathbb{P}(\mathbf{x} \in \Omega_N \mid \mathbf{x} \in \bigcap_{j=1}^{N-1} \Omega_j) \tilde{\mathbb{P}}_{N-1}(\mathbf{x}). \end{cases}$$

**1 Hiérarchisation des fonctionnelles**  $g_i : C_1 \leq C_2 \leq \dots \leq C_N$ .

$\Rightarrow$  On ne s'autorise l'appel à  $g_i$  en  $\mathbf{x}$  que si les inégalités  $g_1(\mathbf{x}) \leq S_1, \dots, g_{i-1}(\mathbf{x}) \leq S_{i-1}$  sont vérifiées.

**2 Domaines imbriqués :**

$$\begin{cases} \tilde{\mathbb{P}}_i(\mathbf{x}) = \mathbb{P}(\mathbf{x} \in \bigcap_{j=1}^i \Omega_j), \\ \tilde{\mathbb{P}}_N(\mathbf{x}) = \mathbb{P}(\mathbf{x} \in \Omega_N \mid \mathbf{x} \in \bigcap_{j=1}^{N-1} \Omega_j) \tilde{\mathbb{P}}_{N-1}(\mathbf{x}). \end{cases}$$

**3 Métamodèles conditionnés :** on limite l'approximation de  $g_i$  au sous domaine  $\Omega_1 \cap \dots \cap \Omega_{i-1}$ .

**1 Hiérarchisation des fonctionnelles**  $g_i : C_1 \leq C_2 \leq \dots \leq C_N$ .

⇒ On ne s'autorise l'appel à  $g_i$  en  $x$  que si les inégalités  $g_1(x) \leq S_1, \dots, g_{i-1}(x) \leq S_{i-1}$  sont vérifiées.

**2 Domaines imbriqués :**

$$\begin{cases} \tilde{\mathbb{P}}_i(x) = \mathbb{P}(x \in \bigcap_{j=1}^i \Omega_j), \\ \tilde{\mathbb{P}}_N(x) = \mathbb{P}(x \in \Omega_N \mid x \in \bigcap_{j=1}^{N-1} \Omega_j) \tilde{\mathbb{P}}_{N-1}(x). \end{cases}$$

**3 Métamodèles conditionnés :** on limite l'approximation de  $g_i$  au sous domaine  $\Omega_1 \cap \dots \cap \Omega_{i-1}$ .

⇒ Par construction, le **coût prédit**,  $\mathcal{C}(x)$ , associé à l'évaluation des fonctionnelles en  $x$  est ainsi donné par :

$$\mathcal{C}(x) = C_1 + \tilde{\mathbb{P}}_1(x)C_2 + \dots + \tilde{\mathbb{P}}_{N-1}(x)C_N.$$

## Planification séquentielle des évaluations de $g_i$

Planification séquentielle des évaluations de  $g_i$ 

- 1 **Initialisation** : on évalue  $\hat{g}_i^{(\nu)} \sim \mathcal{N}(\hat{\mu}_i^{(\nu)}(\mathbf{x}), \hat{\sigma}_i^{(\nu)}(\mathbf{x}))$  à partir de la connaissance de  $g_i$  aux points initiaux  $PE^i = \{\mathbf{x}^i, \dots, \mathbf{x}^{\nu_i}\}$  :

$$PE^N \subset PE^{N-1} \subset \dots \subset PE^1.$$

Planification séquentielle des évaluations de  $g_i$ 

- 1 **Initialisation** : on évalue  $\hat{g}_i^{(\nu)} \sim \mathcal{N}(\hat{\mu}_i^{(\nu)}(\mathbf{x}), \hat{\sigma}_i^{(\nu)}(\mathbf{x}))$  à partir de la connaissance de  $g_i$  aux points initiaux  $PE^i = \{\mathbf{x}^i, \dots, \mathbf{x}^{\nu_i}\}$  :

$$PE^N \subset PE^{N-1} \subset \dots \subset PE^1.$$

- 2 **Itération** : pour tout  $j > \nu_1 \geq \dots \geq \nu_N$ , et pour une précision  $\epsilon$  :
- on identifie  $S^*$ , l'ensemble des points  $\mathbf{x}^*$  tels que :

$$|\mathbb{P}(\mathbf{x}^* \in \Omega_1 \cap \dots \cap \Omega_N) - 1/2| \leq \epsilon,$$

- on extrait  $\mathbf{x}^j$  minimisant le **coût pondéré par l'incertitude** :

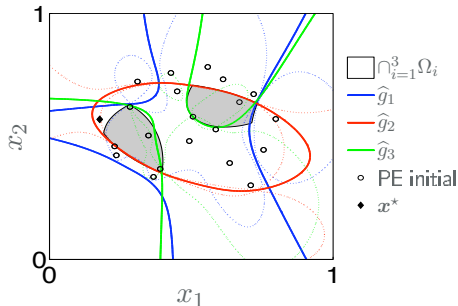
$$\mathbf{x}^j = \arg \min_{\mathbf{x} \in S^*} \frac{C_1}{\hat{\sigma}_1(\mathbf{x})} + \tilde{\mathbb{P}}_1(\mathbf{x}) \frac{C_2}{\hat{\sigma}_2(\mathbf{x})} + \dots + \tilde{\mathbb{P}}_{N-1}(\mathbf{x}) \frac{C_N}{\hat{\sigma}_N(\mathbf{x})}.$$

- on actualise si besoin la prédiction  $\hat{g}_i^{(j-1)} \rightarrow \hat{g}_i^{(j)}$  à partir de  $\mathbf{x}^j$ .

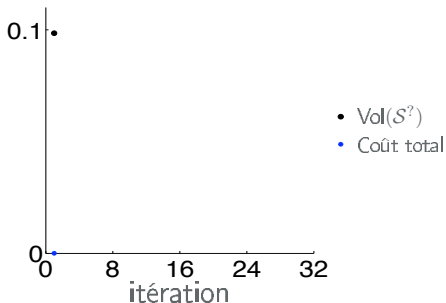


Exemple :  $\mathcal{S}^d = [0, 1] \times [0, 1]$ ,  $S_i = 0$ ,  $\epsilon = 1\%$ ,  $C_1 = 1$ ,  $C_2 = 10$ ,  $C_3 = 100$ .

itération 1



itération 1

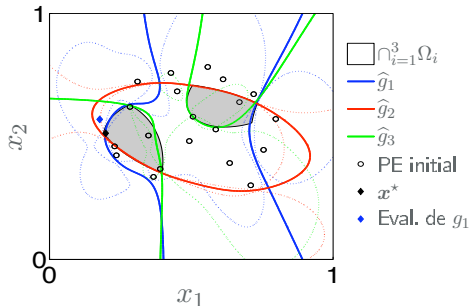


$$\mathcal{S}^? = \left\{ \mathbf{x} \in \mathcal{S}^d \mid 2.5\% \leq \mathbb{P}(\mathbf{x} \in \Omega_1 \cap \Omega_2 \cap \Omega_3) \leq 97.5\% \right\},$$

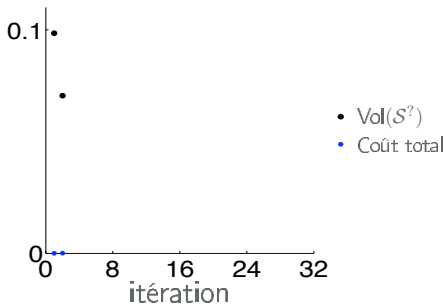
$$\text{Vol}(\mathcal{S}^?) = \int_{\mathcal{S}^?} d\mathbf{x}, \quad \text{Vol}(\mathcal{S}^d) = \int_{\mathcal{S}^d} d\mathbf{x} = 1.$$

Exemple :  $\mathcal{S}^d = [0, 1] \times [0, 1]$ ,  $S_i = 0$ ,  $\epsilon = 1\%$ ,  $C_1 = 1$ ,  $C_2 = 10$ ,  $C_3 = 100$ .

itération 2



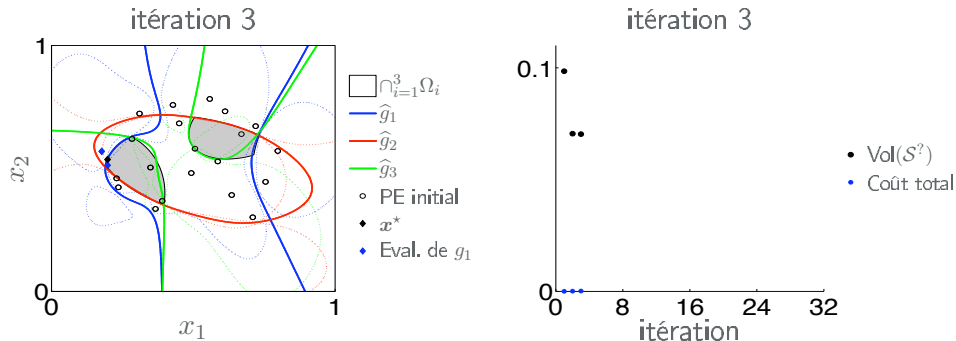
itération 2



$$\mathcal{S}^? = \left\{ \mathbf{x} \in \mathcal{S}^d \mid 2.5\% \leq \mathbb{P}(\mathbf{x} \in \Omega_1 \cap \Omega_2 \cap \Omega_3) \leq 97.5\% \right\},$$

$$\text{Vol}(\mathcal{S}^?) = \int_{\mathcal{S}^?} d\mathbf{x}, \quad \text{Vol}(\mathcal{S}^d) = \int_{\mathcal{S}^d} d\mathbf{x} = 1.$$

Exemple :  $\mathcal{S}^d = [0, 1] \times [0, 1]$ ,  $S_i = 0$ ,  $\epsilon = 1\%$ ,  $C_1 = 1$ ,  $C_2 = 10$ ,  $C_3 = 100$ .

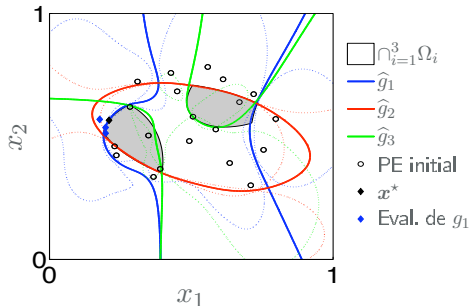


$$\mathcal{S}^? = \left\{ \mathbf{x} \in \mathcal{S}^d \mid 2.5\% \leq \mathbb{P}(\mathbf{x} \in \Omega_1 \cap \Omega_2 \cap \Omega_3) \leq 97.5\% \right\},$$

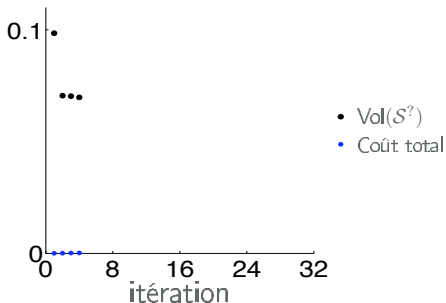
$$\text{Vol}(\mathcal{S}^?) = \int_{\mathcal{S}^?} d\mathbf{x}, \quad \text{Vol}(\mathcal{S}^d) = \int_{\mathcal{S}^d} d\mathbf{x} = 1.$$

Exemple :  $\mathcal{S}^d = [0, 1] \times [0, 1]$ ,  $S_i = 0$ ,  $\epsilon = 1\%$ ,  $C_1 = 1$ ,  $C_2 = 10$ ,  $C_3 = 100$ .

itération 4



itération 4

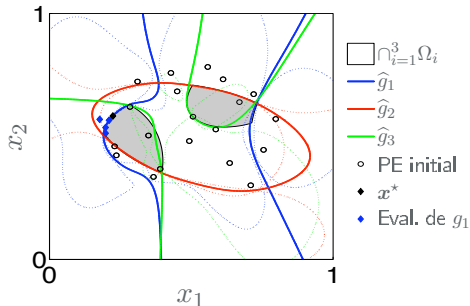


$$\mathcal{S}^? = \left\{ \mathbf{x} \in \mathcal{S}^d \mid 2.5\% \leq \mathbb{P}(\mathbf{x} \in \Omega_1 \cap \Omega_2 \cap \Omega_3) \leq 97.5\% \right\},$$

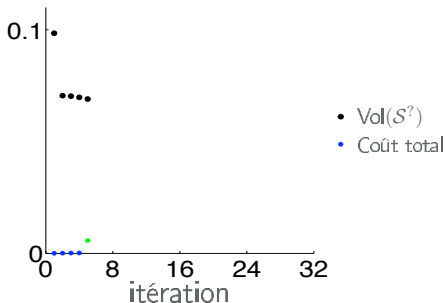
$$\text{Vol}(\mathcal{S}^?) = \int_{\mathcal{S}^?} d\mathbf{x}, \quad \text{Vol}(\mathcal{S}^d) = \int_{\mathcal{S}^d} d\mathbf{x} = 1.$$

Exemple :  $\mathcal{S}^d = [0, 1] \times [0, 1]$ ,  $S_i = 0$ ,  $\epsilon = 1\%$ ,  $C_1 = 1$ ,  $C_2 = 10$ ,  $C_3 = 100$ .

itération 5



itération 5

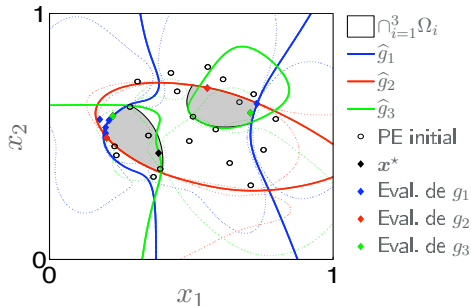


$$\mathcal{S}^? = \left\{ \mathbf{x} \in \mathcal{S}^d \mid 2.5\% \leq \mathbb{P}(\mathbf{x} \in \Omega_1 \cap \Omega_2 \cap \Omega_3) \leq 97.5\% \right\},$$

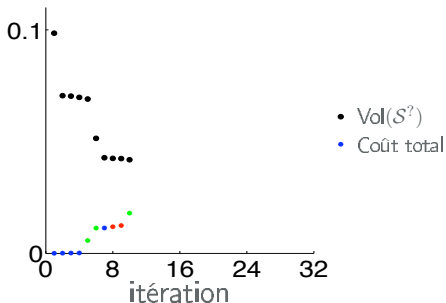
$$\text{Vol}(\mathcal{S}^?) = \int_{\mathcal{S}^?} d\mathbf{x}, \quad \text{Vol}(\mathcal{S}^d) = \int_{\mathcal{S}^d} d\mathbf{x} = 1.$$

Exemple :  $\mathcal{S}^d = [0, 1] \times [0, 1]$ ,  $S_i = 0$ ,  $\epsilon = 1\%$ ,  $C_1 = 1$ ,  $C_2 = 10$ ,  $C_3 = 100$ .

itération 10



itération 10

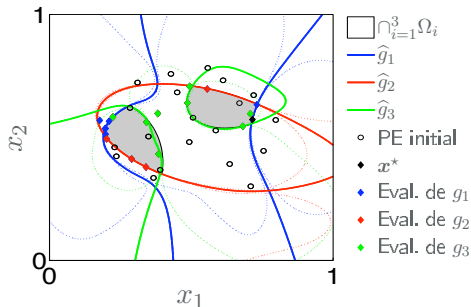


$$\mathcal{S}^? = \left\{ \mathbf{x} \in \mathcal{S}^d \mid 2.5\% \leq \mathbb{P}(\mathbf{x} \in \Omega_1 \cap \Omega_2 \cap \Omega_3) \leq 97.5\% \right\},$$

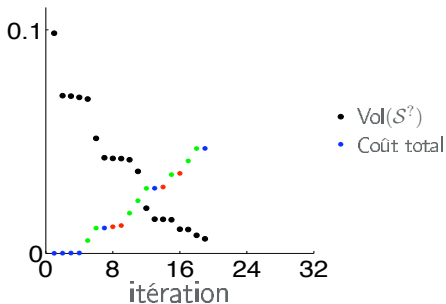
$$\text{Vol}(\mathcal{S}^?) = \int_{\mathcal{S}^?} d\mathbf{x}, \quad \text{Vol}(\mathcal{S}^d) = \int_{\mathcal{S}^d} d\mathbf{x} = 1.$$

Exemple :  $\mathcal{S}^d = [0, 1] \times [0, 1]$ ,  $S_i = 0$ ,  $\epsilon = 1\%$ ,  $C_1 = 1$ ,  $C_2 = 10$ ,  $C_3 = 100$ .

itération 20



itération 20

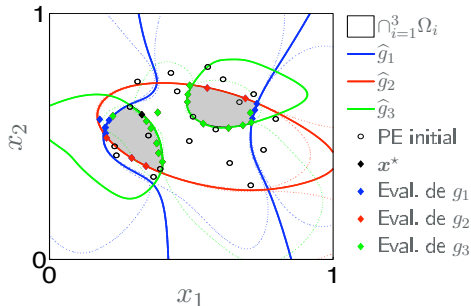


$$\mathcal{S}^? = \left\{ \mathbf{x} \in \mathcal{S}^d \mid 2.5\% \leq \mathbb{P}(\mathbf{x} \in \Omega_1 \cap \Omega_2 \cap \Omega_3) \leq 97.5\% \right\},$$

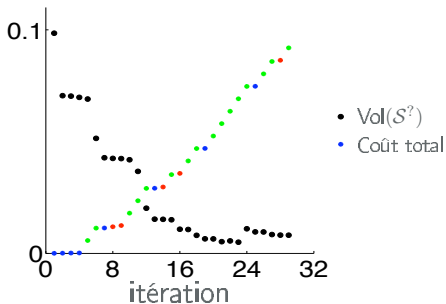
$$\text{Vol}(\mathcal{S}^?) = \int_{\mathcal{S}^?} d\mathbf{x}, \quad \text{Vol}(\mathcal{S}^d) = \int_{\mathcal{S}^d} d\mathbf{x} = 1.$$

Exemple :  $\mathcal{S}^d = [0, 1] \times [0, 1]$ ,  $S_i = 0$ ,  $\epsilon = 1\%$ ,  $C_1 = 1$ ,  $C_2 = 10$ ,  $C_3 = 100$ .

itération 30



itération 30



$$\mathcal{S}^? = \left\{ \mathbf{x} \in \mathcal{S}^d \mid 2.5\% \leq \mathbb{P}(\mathbf{x} \in \Omega_1 \cap \Omega_2 \cap \Omega_3) \leq 97.5\% \right\},$$

$$\text{Vol}(\mathcal{S}^?) = \int_{\mathcal{S}^?} d\mathbf{x}, \quad \text{Vol}(\mathcal{S}^d) = \int_{\mathcal{S}^d} d\mathbf{x} = 1.$$



- 1 Contexte d'étude
- 2 La métamodélisation par processus gaussien au service de la classification
- 3 Adaptation à l'agrégation de critères
- 4 Conclusions et perspectives

Un procédure d'évaluation **itérative** de zones de défaillance associées à une **agrégation** de fonctionnelles a été présentée.

Un procédure d'évaluation **itérative** de zones de défaillance associées à une **agrégation** de fonctionnelles a été présentée.

■ **Avantages :**

- Le formalisme de métamodélisation par processus gaussiens permet d'évaluer une "confiance" pour la quantification du risque.
- La méthode permet d'optimiser la connaissance du contour de  $\cap_{i=1}^N \Omega_i$ , à budget total de calcul fixé.

Un procédure d'évaluation **itérative** de zones de défaillance associées à une **agrégation** de fonctionnelles a été présentée.

### ■ Avantages :

- Le formalisme de métamodélisation par processus gaussiens permet d'évaluer une "confiance" pour la quantification du risque.
- La méthode permet d'optimiser la connaissance du contour de  $\cap_{i=1}^N \Omega_i$ , à budget total de calcul fixé.

### ■ Inconvénients :

- La méthode nécessite la génération d'un plan d'expérience initial dont une partie des points doivent être dans chaque sous-espace connexe de  $\Omega_1 \cap \dots \cap \Omega_N$  (cf. présentation de C. Walter dans le cas de probabilités faibles).
- L'efficacité de la métamodélisation par processus gaussien se limite aux configurations pour lesquelles le nombre de paramètres  $d$  est relativement faible ( $\leq 10$ ).

# Merci pour votre attention.

Commissariat à l'énergie atomique et aux énergies alternatives  
Centre DAM - Ile de France | Bruyères le Châtel 91297 Arpajon Cedex  
T. +33 (0)1 69 26 40 00 | F. +33 (0)1 69 26 70 48  
Etablissement public à caractère industriel et commercial | RCS Paris B 775 685 019

Direction des Applications Militaires