
Stage de Dimitri COCHAIN



**Tests et comparaisons de méthodes de
traitement des incertitudes pour les
problématiques liées à la campagne fusion**

Robert QUACH

CEA DAM - DP2I/SIS/LMASP

Contexte de l'étude

- **Laser Mégajoule (LMJ)** : Élément clé du programme Simulation.

• **Simulation** : reproduire par le calcul les différentes phases du fonctionnement des armes nucléaires, au moyen d'un ensemble de codes.

→ maintenir sur le long terme la fiabilité et la sûreté de notre capacité de dissuasion nucléaire.

• **Objectif principal du LMJ** : réaliser les expériences qui consistent à déposer sur la cible une énergie suffisante pour déclencher une combustion thermonucléaire (campagne fusion).

→ possibilité de valider certains modèles physiques essentiels à une bonne compréhension du fonctionnement des armes nucléaires.



Introduction

Problème posé

A partir d'un modèle physique analytique très simple qui simulera le fonctionnement du LMJ pour l'expérience d'ignition et différents niveaux d'incertitudes ...

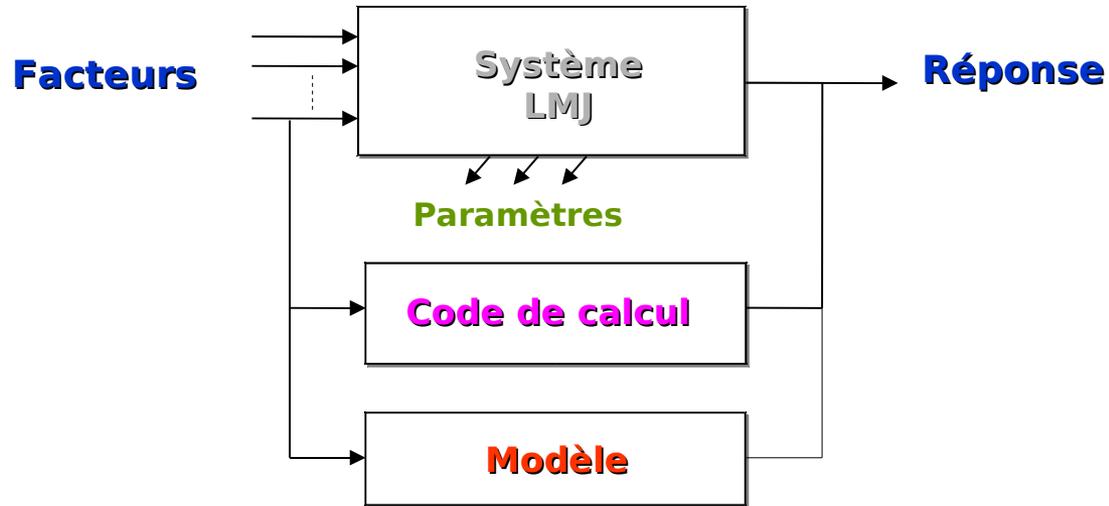
Objectifs de l'Etude :

- Identifier et proposer des méthodes pour traiter les incertitudes,
- Evaluer et comparer les différentes méthodes,
- Mettre en place les outils pour leur mise en oeuvre,
- Elaborer une stratégie de gestion des incertitudes.

Hugues DUMONT
DAM/DAN

(*) Démontrer l'apport de la prise en compte des incertitudes

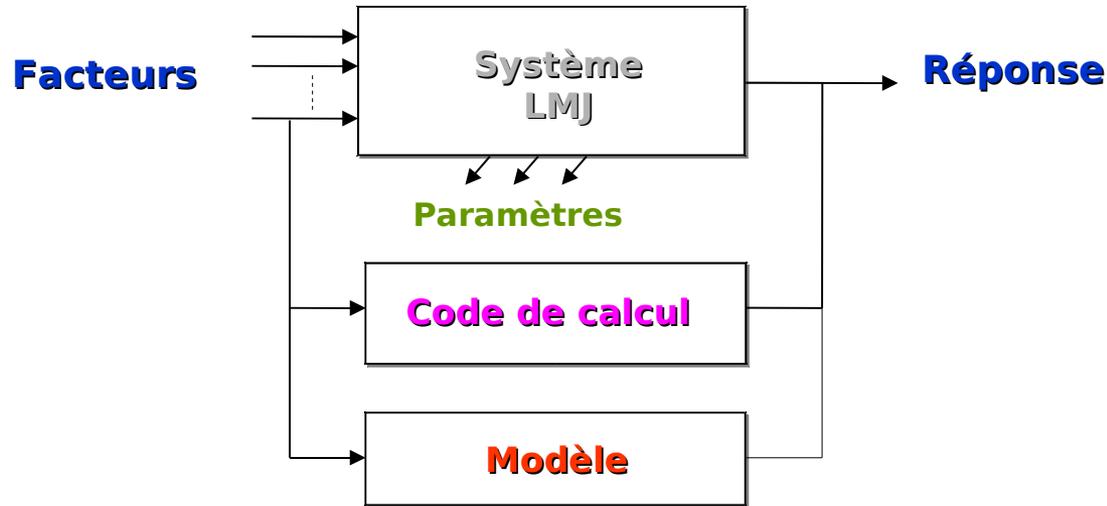
Introduction



Nos propositions :

- **Considérer 3 niveaux de prise en compte des incertitudes,**
- **Utilisation de différentes méthodes et outils d'AS pour quantifier l'influence des facteurs et des paramètres sur la sortie du modèle,**
- **Propager les incertitudes sur la réponse du modèle,**
- **Déterminer l'impact des incertitudes sur la recherche des points de fonctionnement,**
- **Calibrer les paramètres du modèle ou du code de calcul.**

Introduction



Nos propositions :

- Considérer 3 niveaux de prise en compte des incertitudes,
- Utilisation de différentes méthodes et outils d'AS pour quantifier l'influence des facteurs et des paramètres sur la sortie du modèle.
- Propager les incertitudes sur la réponse du modèle,
- Déterminer l'impact des incertitudes sur la recherche des points de fonctionnement,
- Calibrer les paramètres du modèle ou du code de calcul.

Introduction

Particularités de l'étude :

- **Modèle fortement sous contrainte,**
- **La contrainte est sur la réponse.**



Quelques idées pour résoudre ces problèmes :

- 1) Changement de variable ?
- 2) Utilisation d'un classifieur pour délimiter les contraintes ?
- 3) Travailler par sous partie du problème ?

Marc Sancandi et Raphael André (CESTA) ont travaillé sur le même Problème mais en utilisant une approche bayésienne.

Plan de la présentation



I. Présentation du modèle d'étude

II. Analyse de sensibilité

(a) Analyse graphique

(b) SRC et SRRC

(c) PCC et PRCC

(d) Indices de Sobol

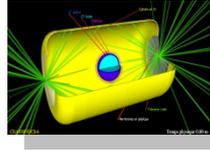
III. Propagation sous incertitude

IV. Optimisation sous incertitude

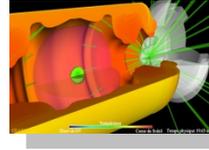
V. Calibration sous incertitude

VI. Observation et futurs travaux

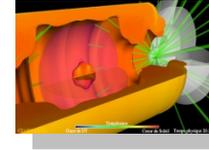
1. Présentation du modèle d'étude



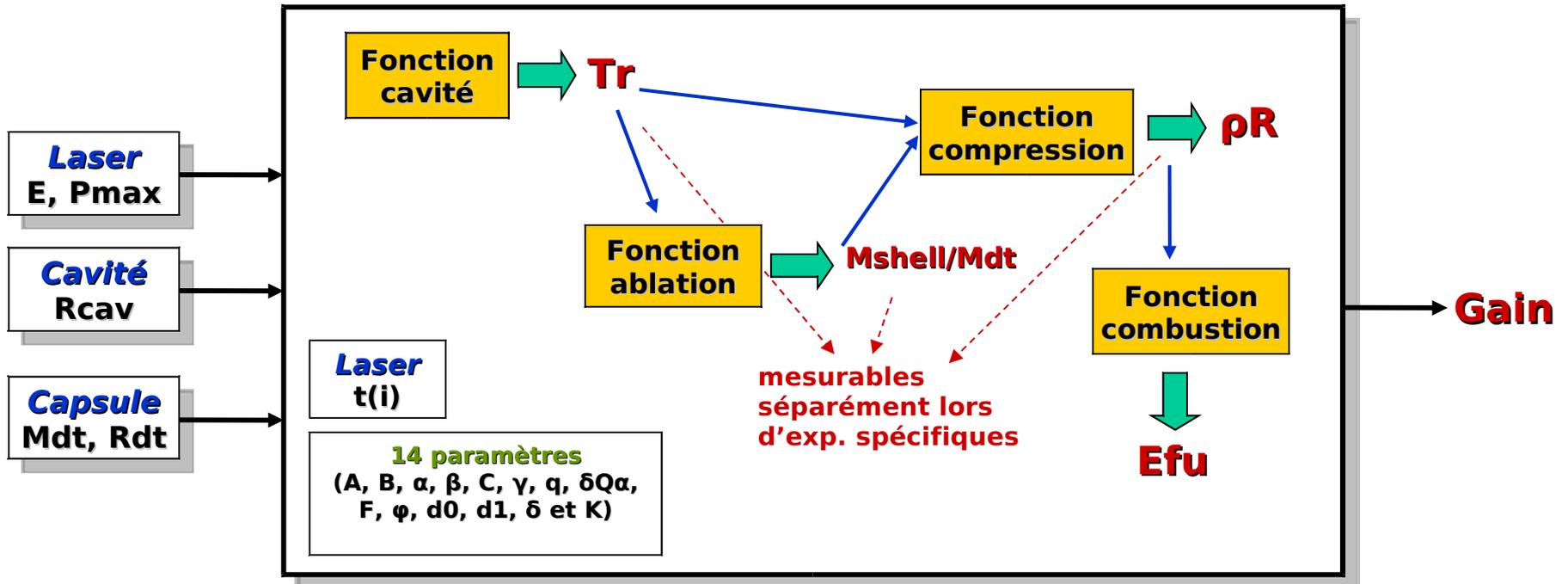
Explosion des parois d'or chauffées rayonnant vers la capsule qui implose



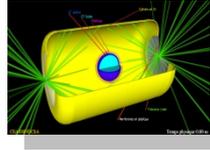
Combustion du mélange fusible de la capsule et dégagement d'énergie de fusion



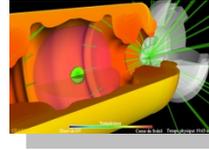
Modèle étudié



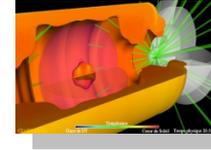
1. Présentation du modèle d'étude



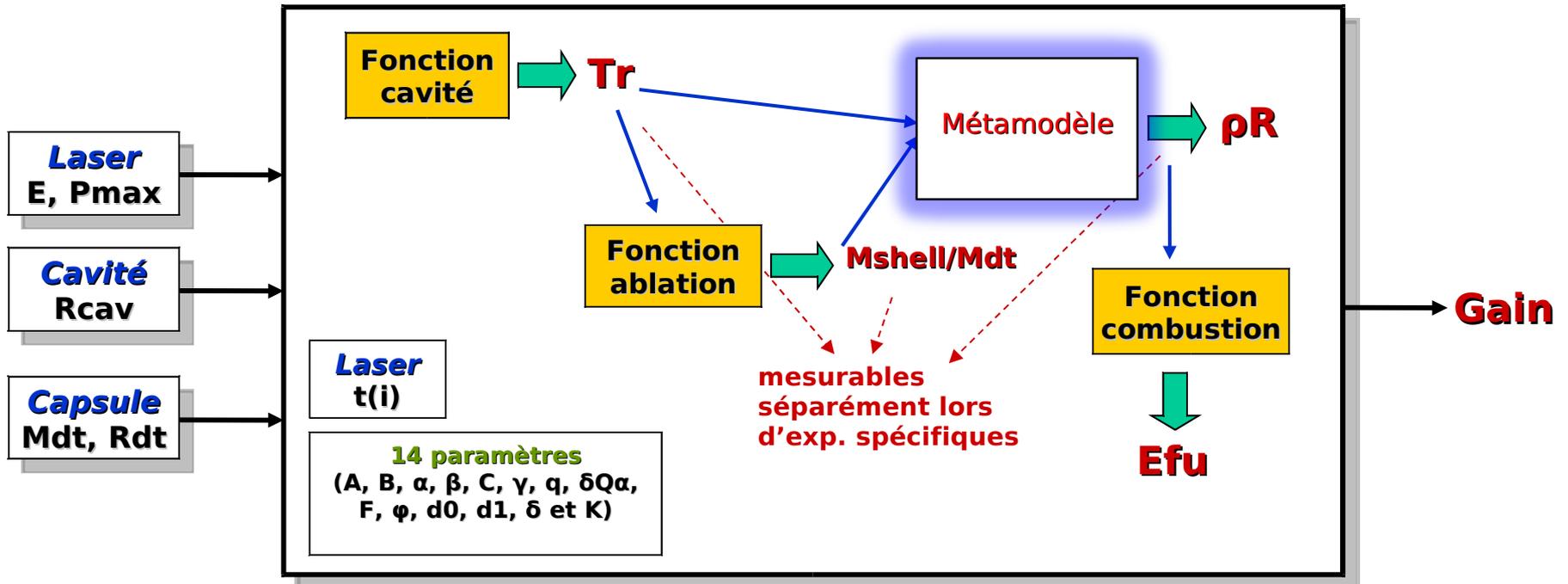
Explosion des parois d'or chauffées rayonnant vers la capsule qui implose



Combustion du mélange fusible de la capsule et dégagement d'énergie de fusion



Modèle étudié



1. Présentation du modèle d'étude

Deux contraintes doivent être respectées :

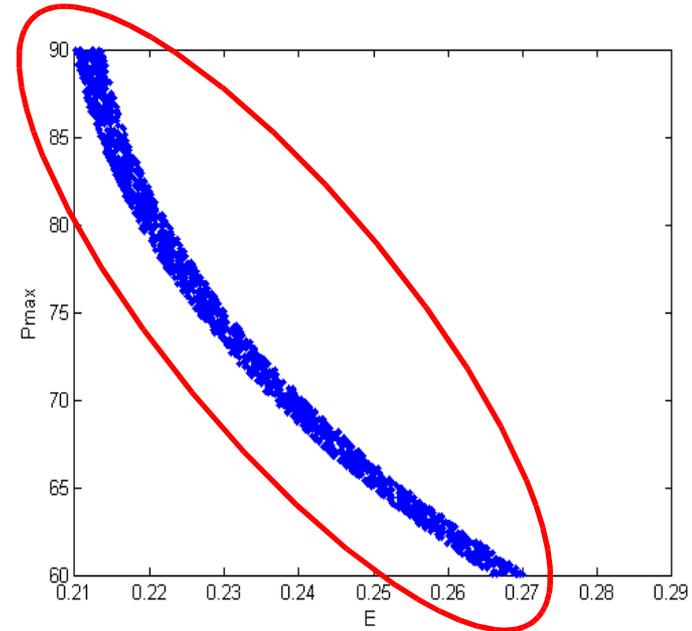


Contrainte sur Mshell / MDT : $\frac{M_{shell}}{M_{DT}} \geq 1$

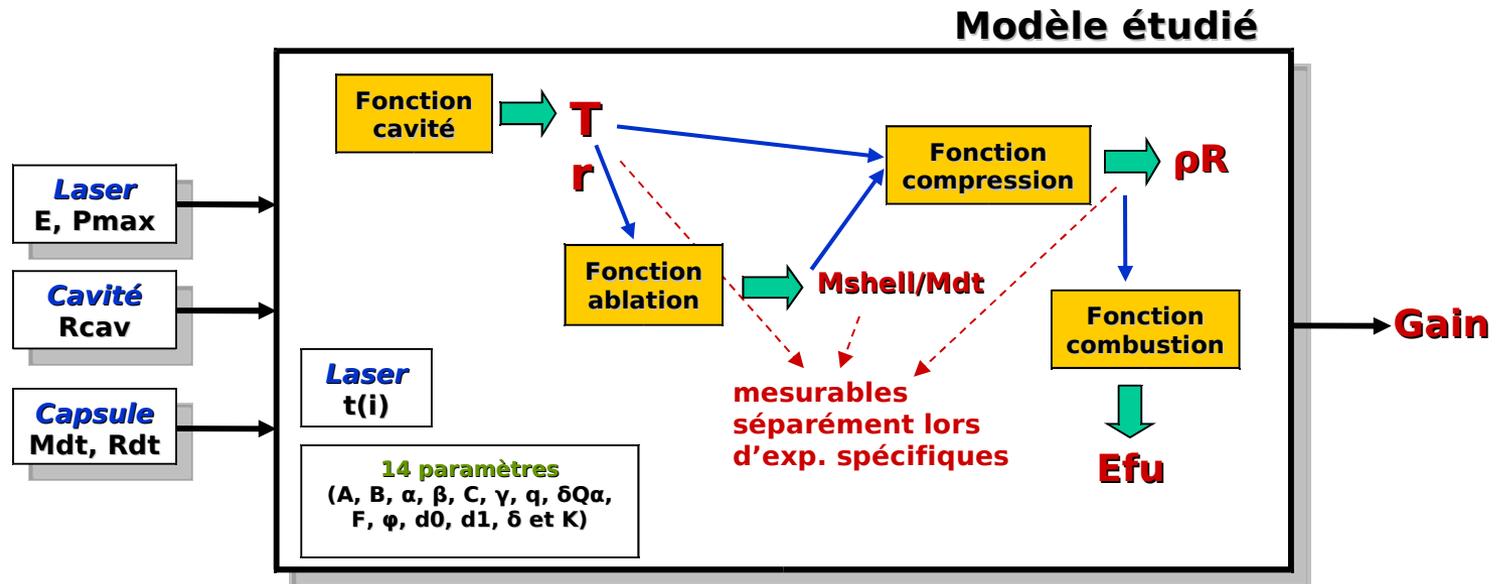
Contrainte pour l'allumage : $S_{all} \geq 1$

Espace fortement sous contrainte :

- Moins de 1 % des points respecte les contraintes,
- Phénomène considéré comme un système à événements rares,
- La satisfaction des contraintes n'est connue qu'après évaluation de la sortie.



1. Présentation du modèle d'étude



Trois sous problèmes : niveaux différents de prise en compte des sources d'incertitudes.

	Ordre 0	Ordre 1	Ordre 2
Entrées	5 facteurs	5 facteurs	5 facteurs + 14 paramètres
Sorties	Gain	Proba(Gain > seuil)	Proba(Gain > seuil)

Tableau des facteurs et paramètres



Niveau			Variable / Paramètre
Ordre 0	Ordre 1	Ordre 2	E {E ₁ , E ₂ , E ₃ , E ₄ }
			Pmax {Pmax ₁ , Pmax ₁ , Pmax ₁ , Pmax ₁ }
			M _{DT}
			R _{DT}
			R _{cav}
			R _{trou}
			L _{cav}
			t ₀ {t ₀ , t ₂ , t ₃ , t ₄ }
			A
			alpha
B			
Beta			
C			
Gamma			
Q			
deltaQa			
F			
Phi			
K			
delta			
D0			
d1			

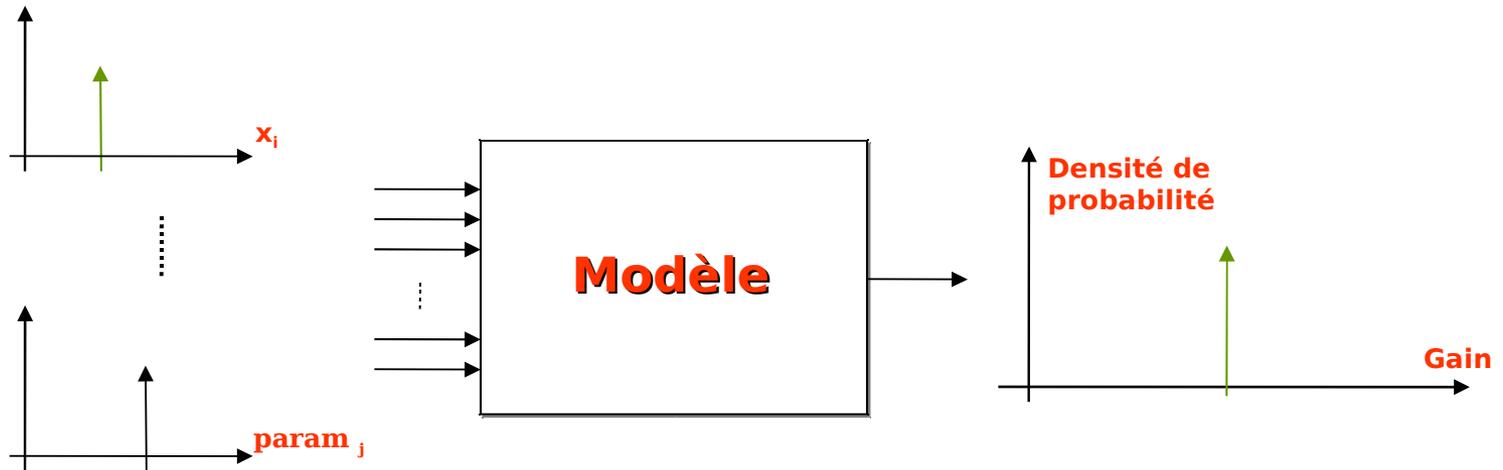


2. Analyse de sensibilité

Trois sous problèmes : niveaux différents de prise en compte des sources d'incertitudes.

	Ordre 0	Ordre 1	Ordre 2
Entrées	5 facteurs	5 facteurs	5 facteurs + 14 paramètres
Sorties	Gain	Proba(Gain > seuil)	Proba(Gain > seuil)

Ordre 0 : cadre sans incertitudes et sans erreurs

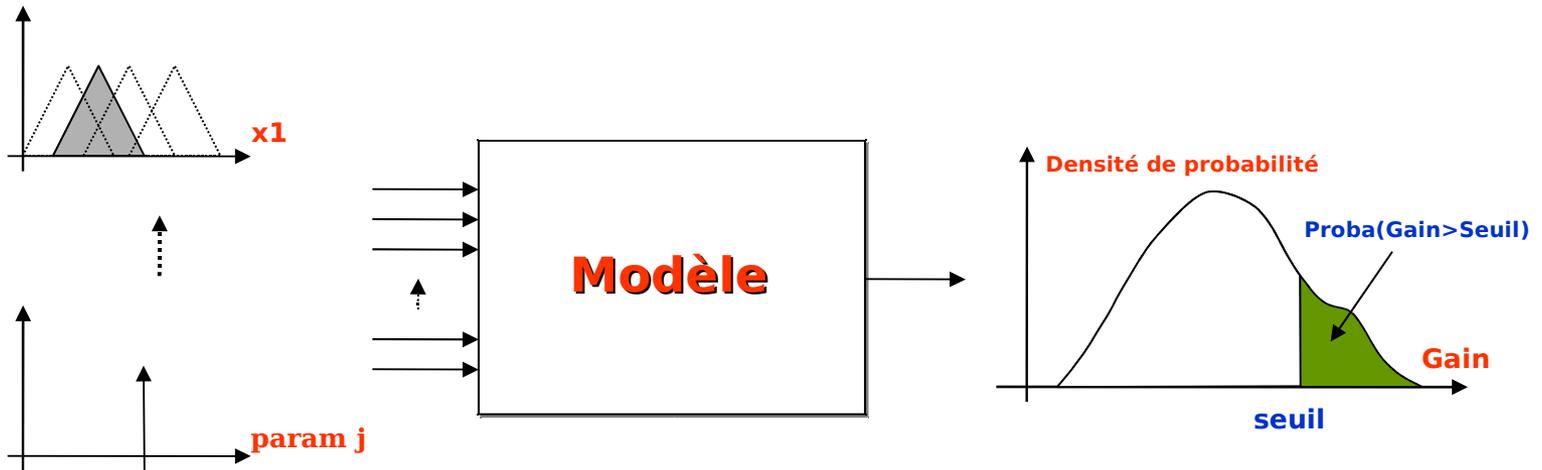


2. Analyse de sensibilité

Trois sous problèmes : niveaux différents de prise en compte des sources d'incertitudes.

	Ordre 0	Ordre 1	Ordre 2
Entrées	5 facteurs	5 facteurs	5 facteurs + 14 paramètres
Sorties	Gain	Proba(Gain > seuil)	Proba(Gain > seuil)

Ordre 1 : cadre avec des incertitudes expérimentales sur les facteurs.

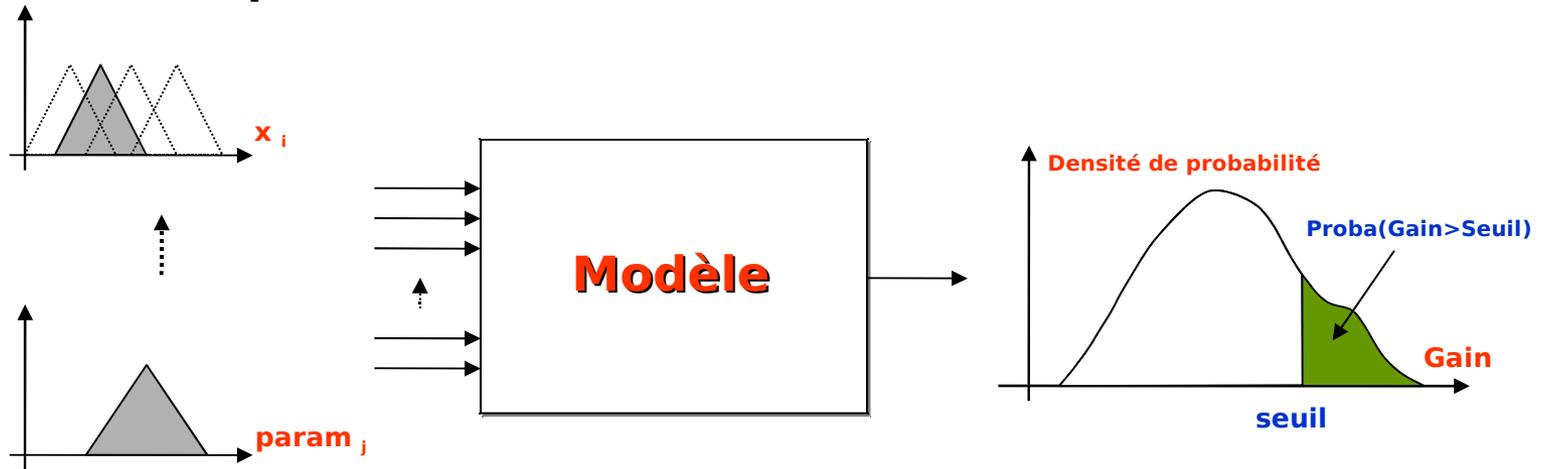


2. Analyse de sensibilité

Trois sous problèmes : niveaux différents de prise en compte des sources d'incertitudes.

	Ordre 0	Ordre 1	Ordre 2
Entrées	5 facteurs	5 facteurs	5 facteurs + 14 paramètres
Sorties	Gain	Proba(Gain > seuil)	Proba(Gain > seuil)

Ordre 2 : cadre où l'on prend en compte les incertitudes expérimentales et les erreurs de modélisation (facteurs et paramètres perturbés).



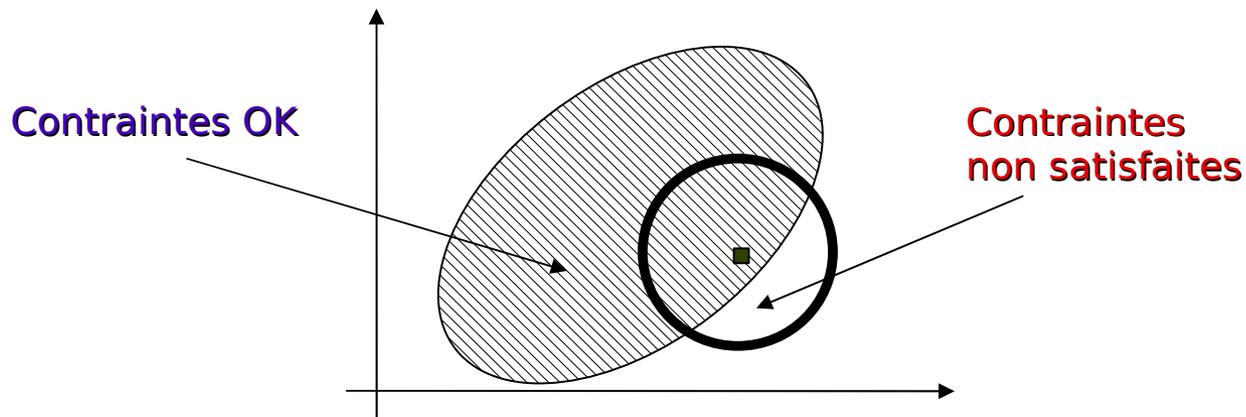
2. Analyse de sensibilité

Ordre 0 :

Tirages Monte Carlo de 10 millions de calculs dans le domaine des 5 facteurs en entrées.
(moins de 1 % de ces calculs satisfont les contraintes)

Ordre 1 :

Ré-utilisation des points de l'ordre 0 qui ont satisfait les contraintes puis perturbations locales suivant des lois qui spécifient les incertitudes des facteurs.



2. Analyse de sensibilité

Analyse de sensibilité de l'ordre 2...



5 facteurs
certains

Ordre 0

5 facteurs
incertains

Ordre 1

14 paramètres
certains

5 facteurs
certains

Ordre 2_0

5 facteurs
incertains

Ordre 2_1

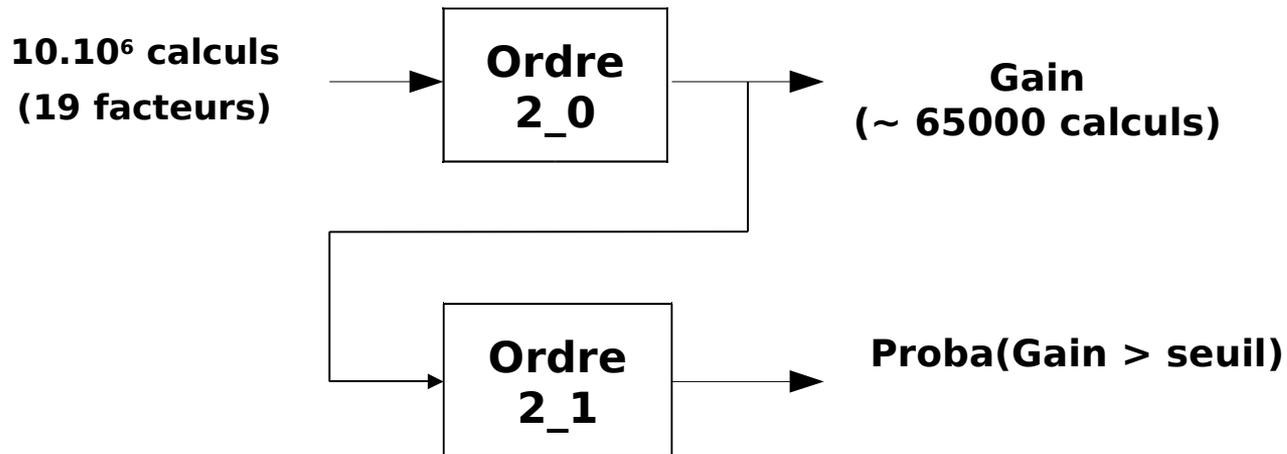
14 paramètres
incertains

2. Analyse de sensibilité

Analyse de sensibilité pour l'Ordre 2 :

Deux analyses qui prennent en compte à la fois les 5 variables et les 14 paramètres :

- L'ordre 2_0 renvoie un Gain,
- L'ordre 2_1 renvoie une Proba(Gain > Seuil).



2. Analyse de sensibilité : Analyse graphique

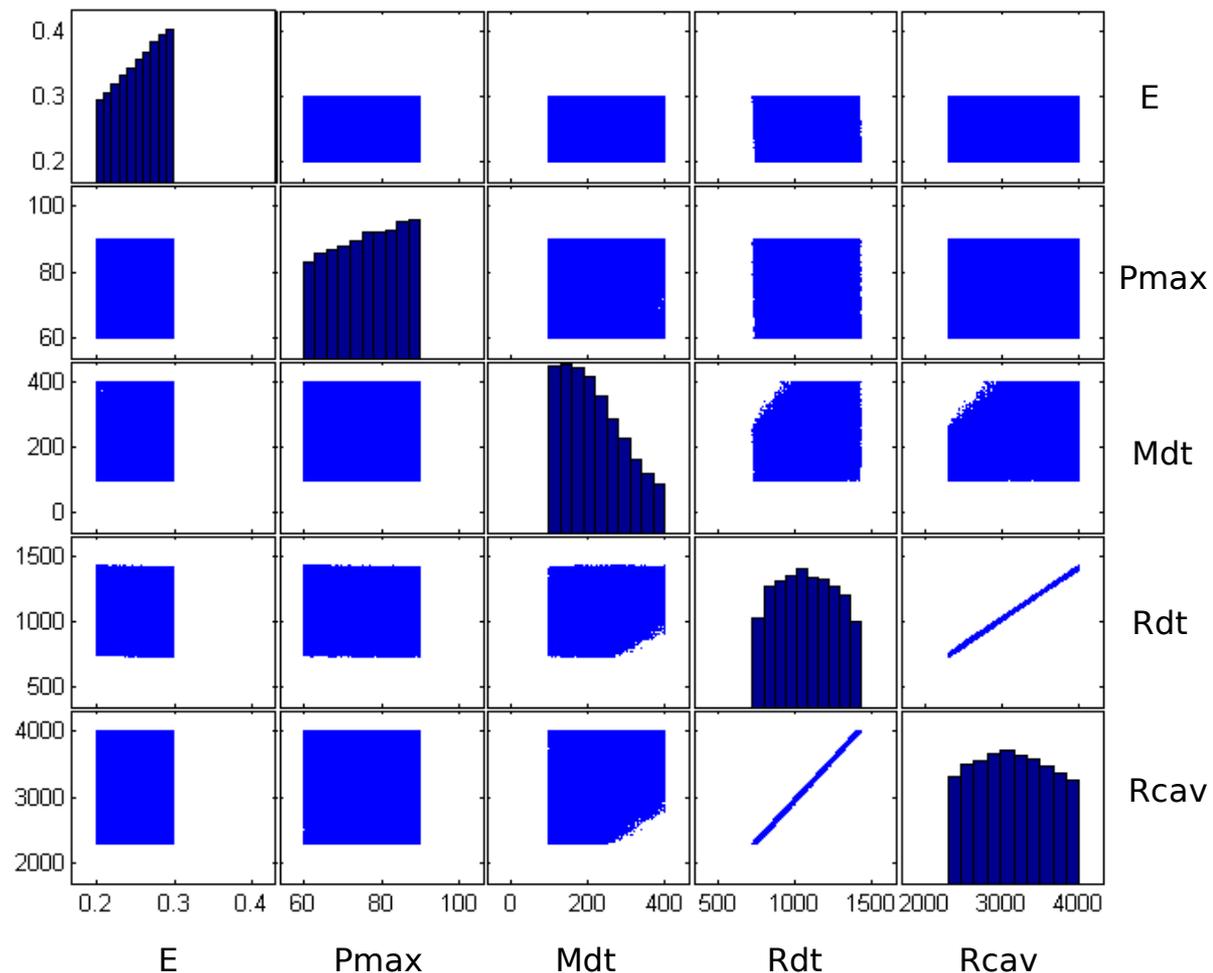
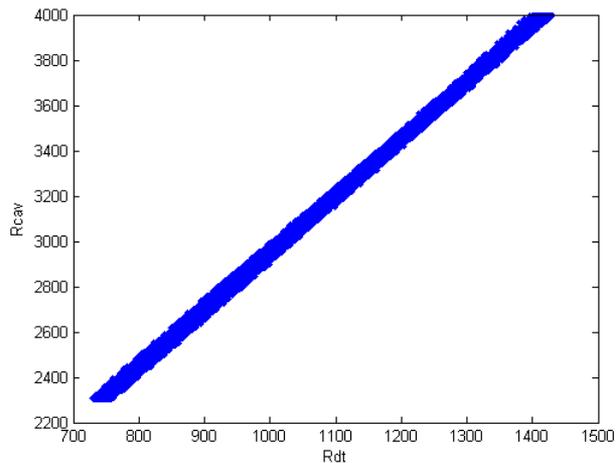
- **Objectifs :**
 - **représentation visuelle des données**
 - **obtenir des informations pour l'AS**

- **Nuages de points des différentes variables et paramètres d'entrée selon les ordres et les seuils (5 et 15) en fonction des sorties**



2. Analyse de sensibilité : Analyse graphique

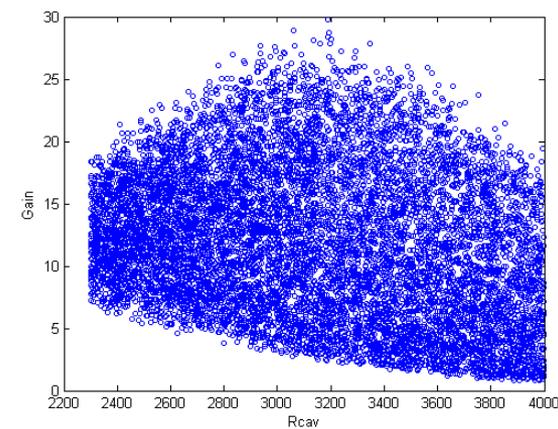
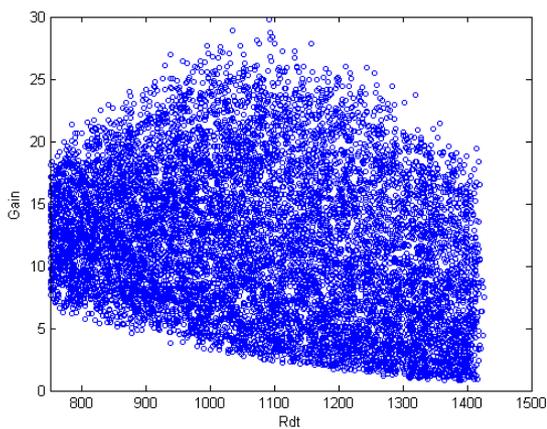
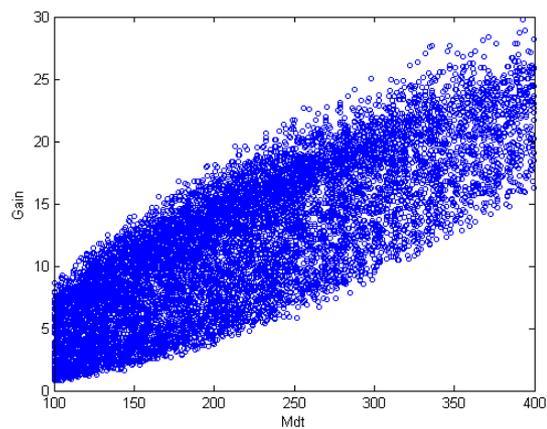
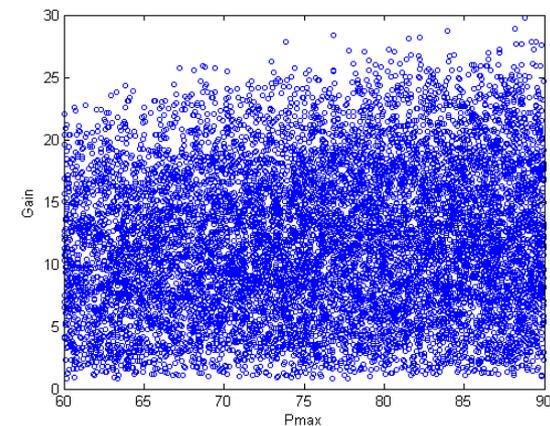
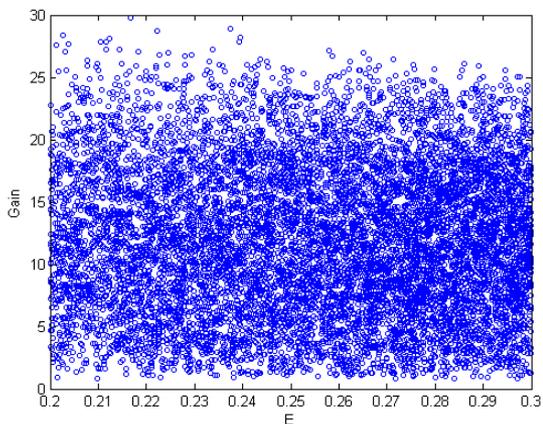
Ordre 0



2. Analyse de sensibilité : Analyse graphique



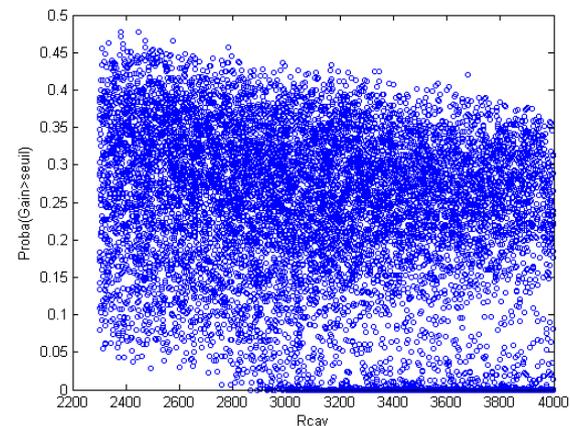
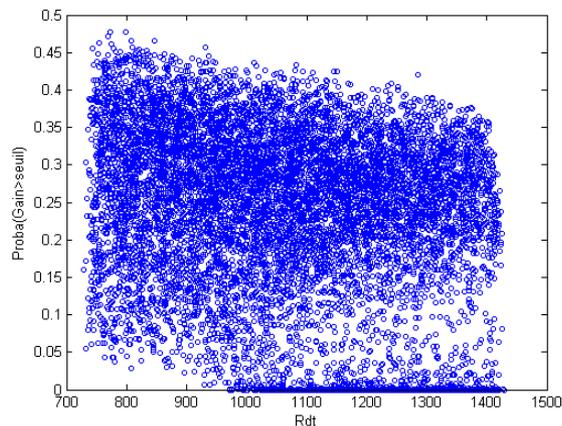
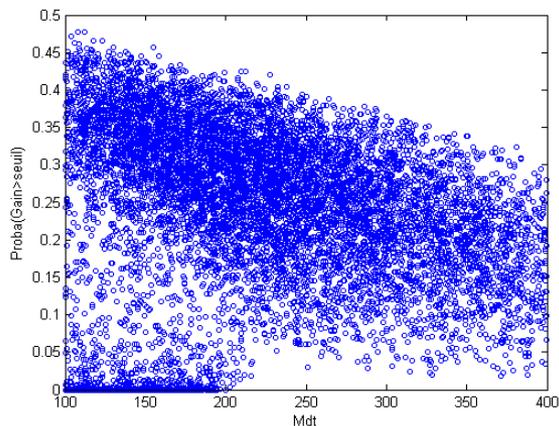
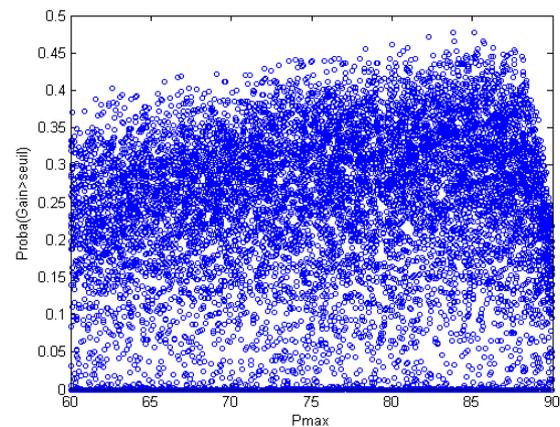
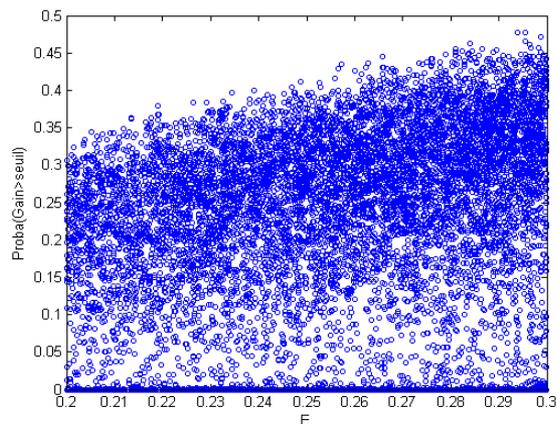
Ordre 0



2. Analyse de sensibilité : Analyse graphique



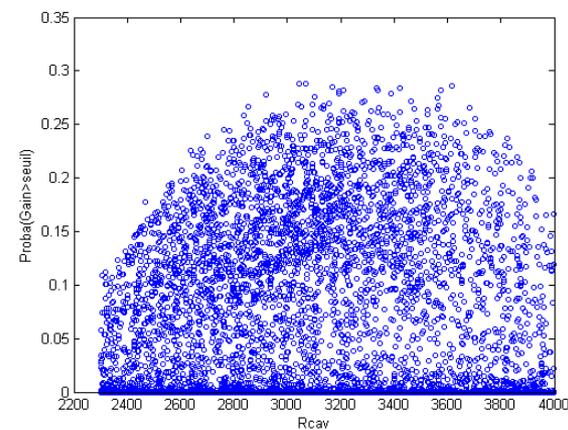
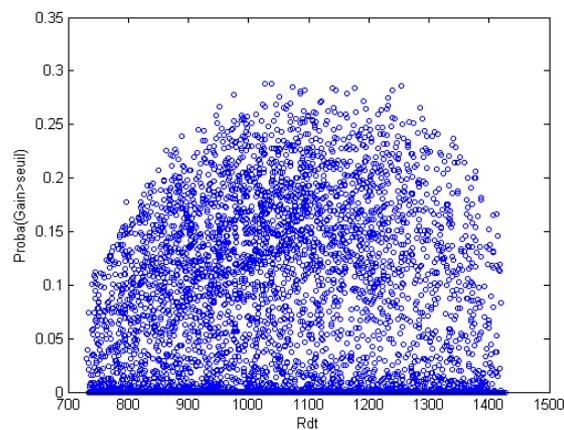
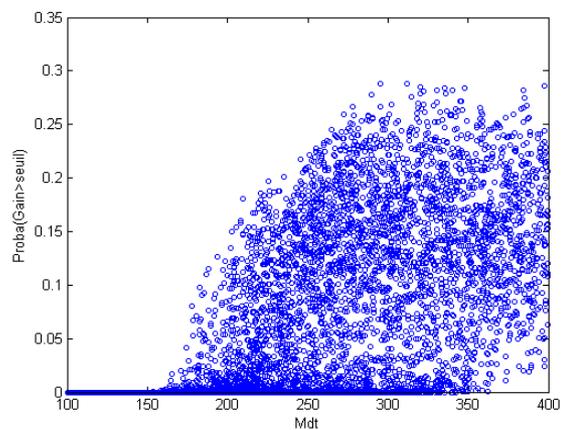
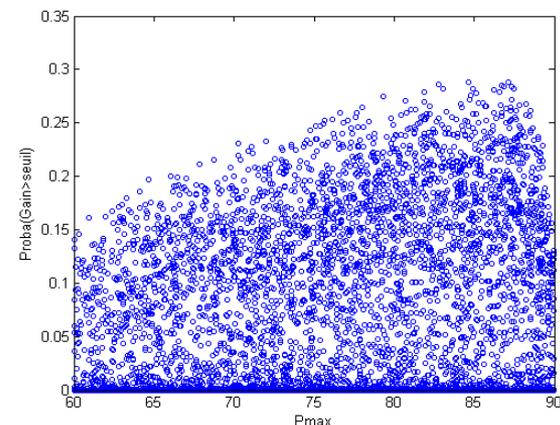
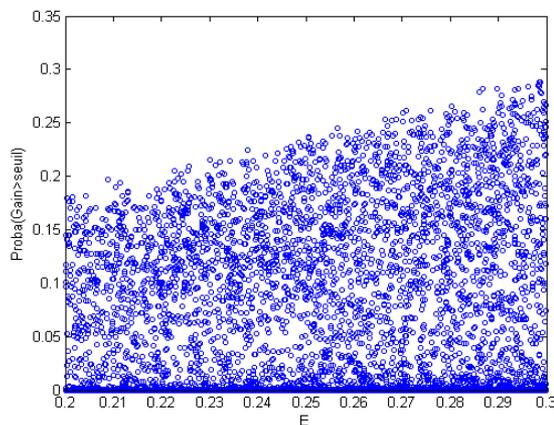
Ordre 1
Seuil = 5



2. Analyse de sensibilité : Analyse graphique



Ordre 1
Seuil = 15



2. Analyse de sensibilité : Analyse graphique



(Ordre 2 ... trop de figures !)

Ordre 0 :

le Gain semble être plus dépendant de Mdt que les facteurs.

Ordre 1 et Ordre 2 :

- **distribution des points très uniforme,**
- **des probabilités tendant vers zéro plus le seuil est élevé.**

Pour chaque ordre et seuil, nous ne pouvons rien conclure quant à l'importance des facteurs et paramètres

2. Analyse de sensibilité : SRC et SRRC

Objectif : savoir si le modèle est linéaire ?

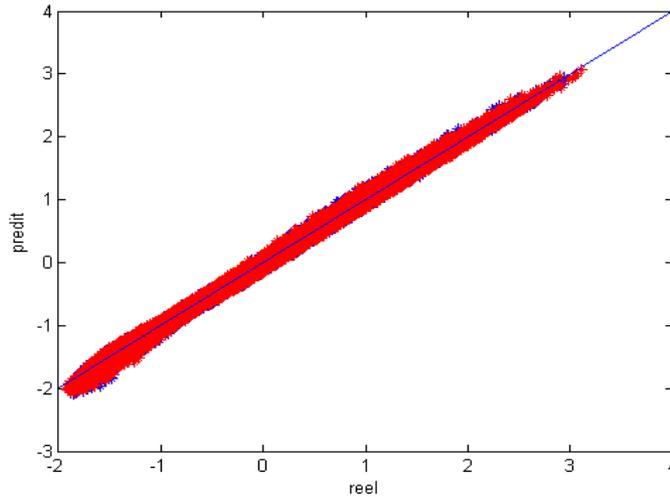
- **Approximation** par un polynôme

Exemple de polynôme pour l'ordre 0 :

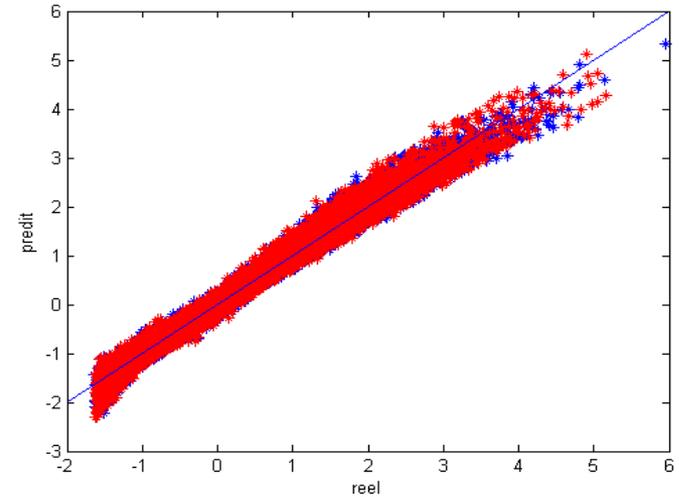
$$Y = cte + E + Pmax + Mdt + Rdt + Rcav + E \times Pmax + E \times Mdt + E \times Rdt + E \times Rcav + Pmax \times Mdt + Pmax \times Rdt + Pmax \times Rcav + Mdt \times Rdt + Mdt \times Rcav + Rdt \times Rcav + E^2 + Pmax^2 + Mdt^2 + Rdt^2 + Rcav^2$$

- **Problème** : non prise en compte des contraintes du modèle et donne des coefficients sur tout l'espace !

Modèle polynomial

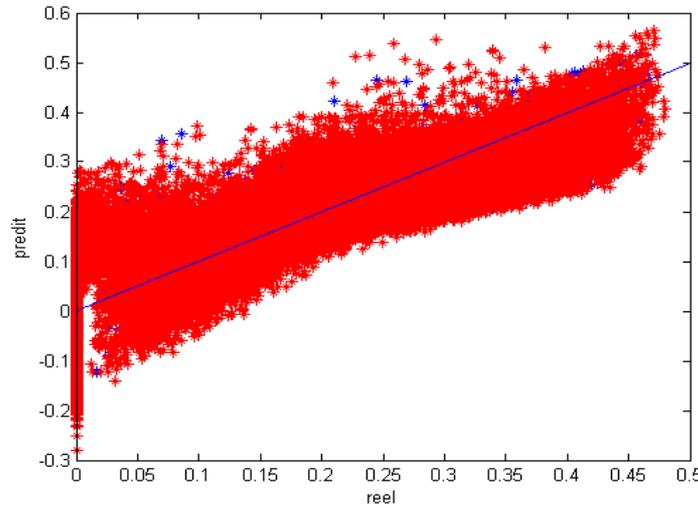


Ordre 0



Ordre 2_0

Modèle linéaire par rapport aux paramètres pour l'ordre 0 et l'ordre 2_0 mais pas linéaire par rapport aux variables de conception

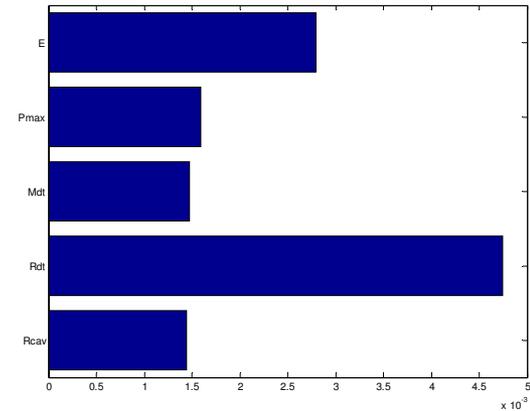
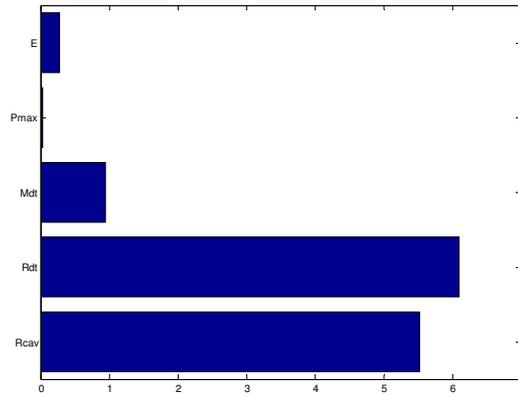


Ordre 1 et ordre 2_1

2. Analyse de sensibilité : SRC et SRRC



Ordre 0

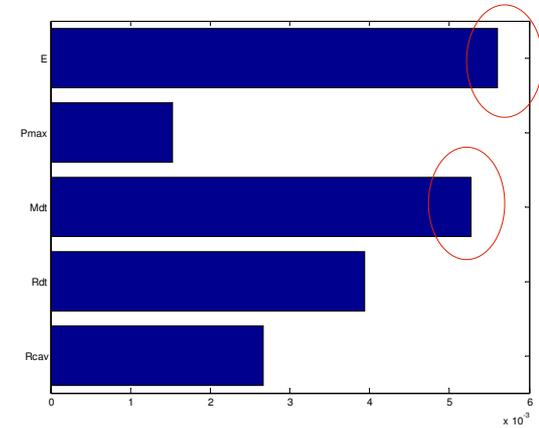
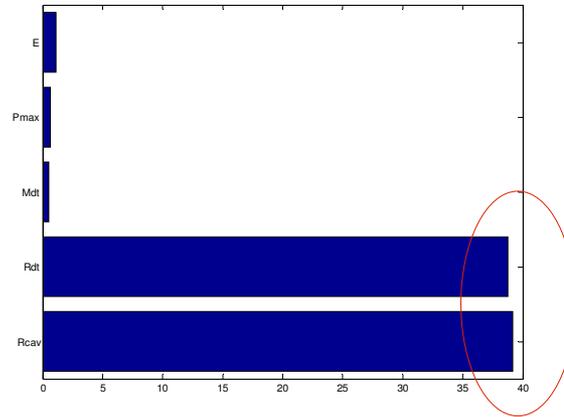


2. Analyse de sensibilité : SRC et SRRC

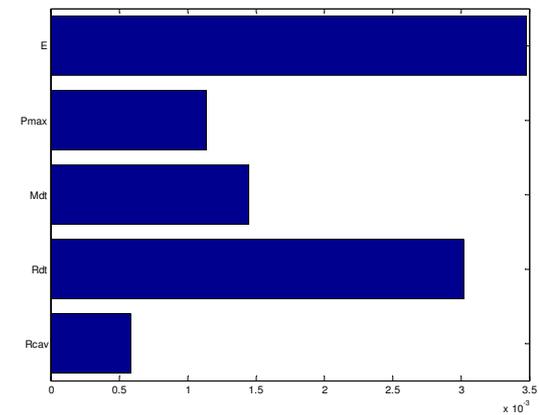
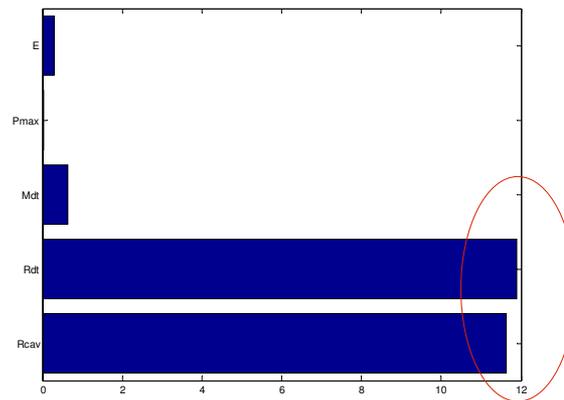


Ordre 1

Seuil = 5



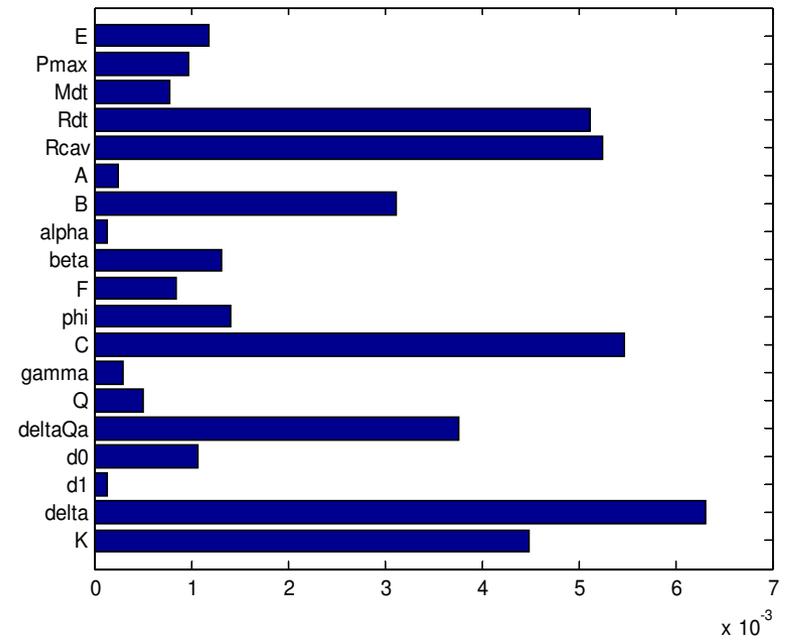
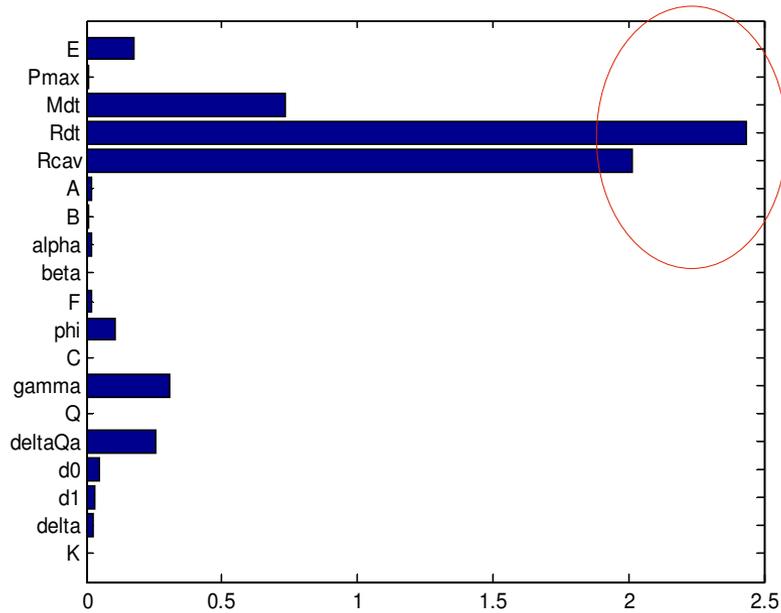
Seuil = 15



2. Analyse de sensibilité : SRC et SRRC



Ordre 2_0

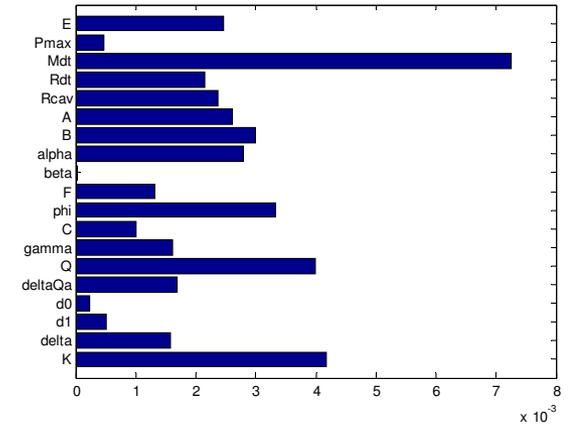
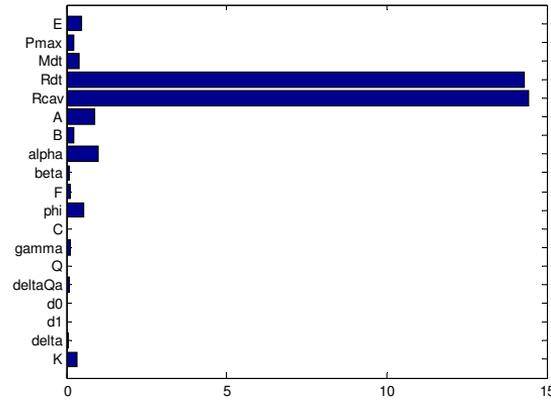


2. Analyse de sensibilité : SRC et SRRC

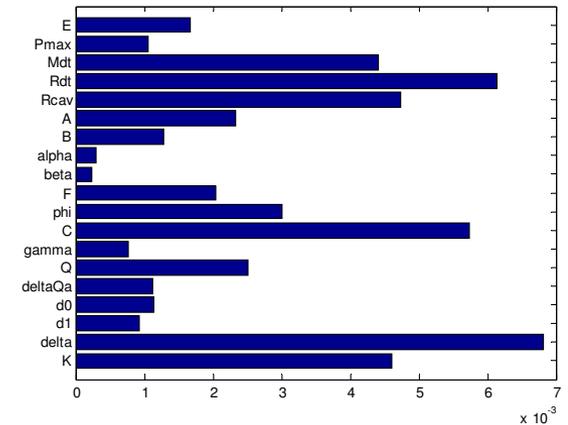
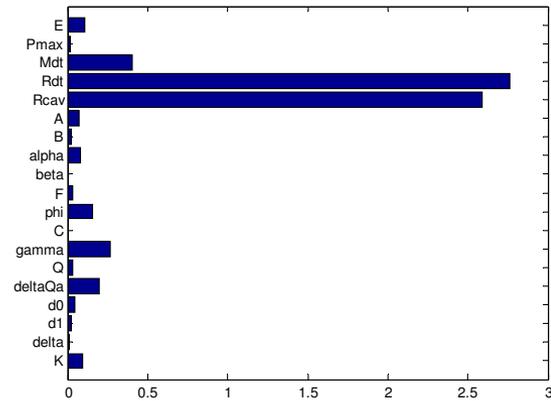


Ordre 2_1

Seuil = 5



Seuil = 15



2. Analyse de sensibilité : PCC et PRCC

Permet d'évaluer la sensibilité de la sortie à une variable d'entrée, en éliminant l'effet des autres variables



- **PCC** : coefficients de corrélations partielles (Pearson), exact sous hypothèse de linéarité du modèle

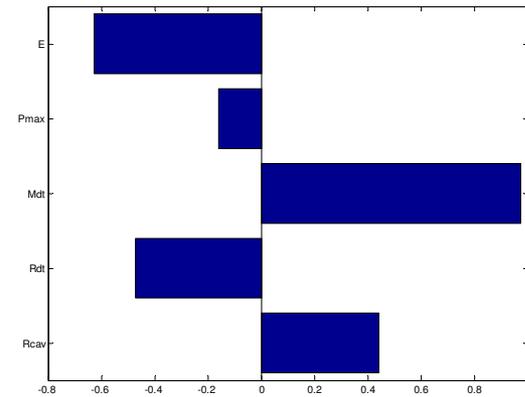
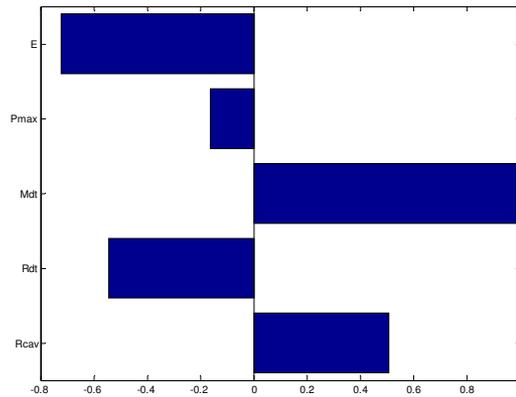
- **PRCC** : coefficients de corrélations partielles des rangs (Spearman), exact sous hypothèse de monotonie du modèle

- **Résultats similaires entre PCC et PRCC**

2. Analyse de sensibilité : PCC et PRCC



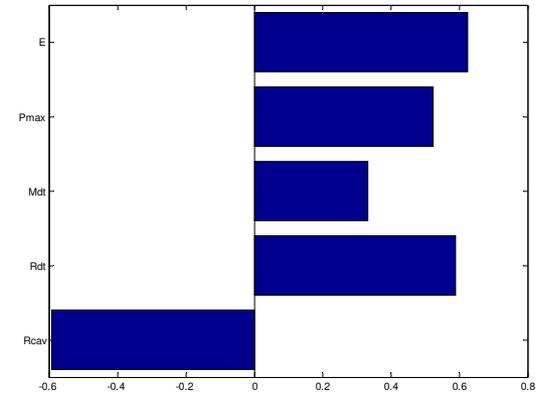
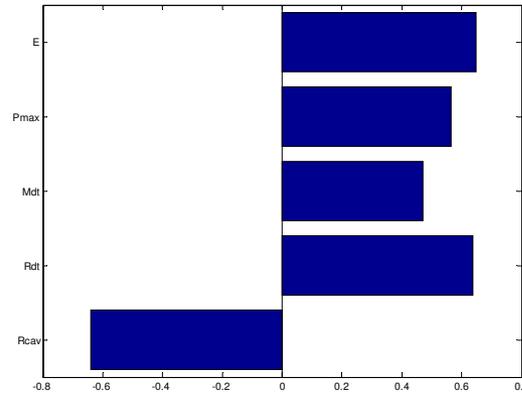
Ordre 0



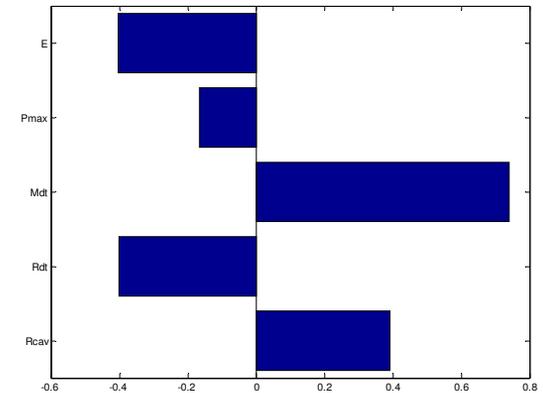
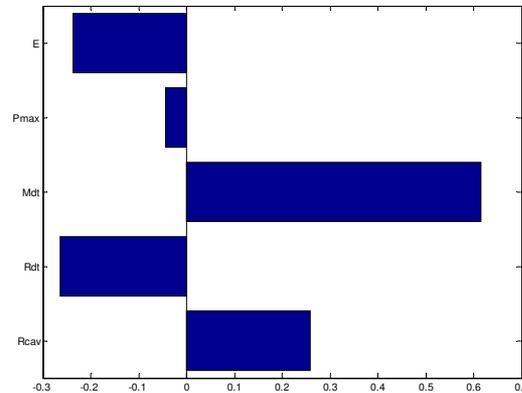
2. Analyse de sensibilité : PCC et PRCC



Ordre 1
Seuil = 5



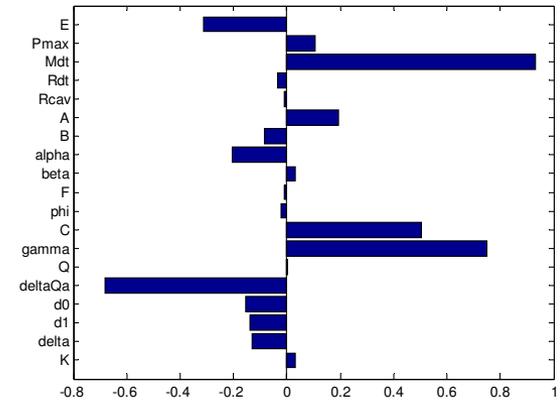
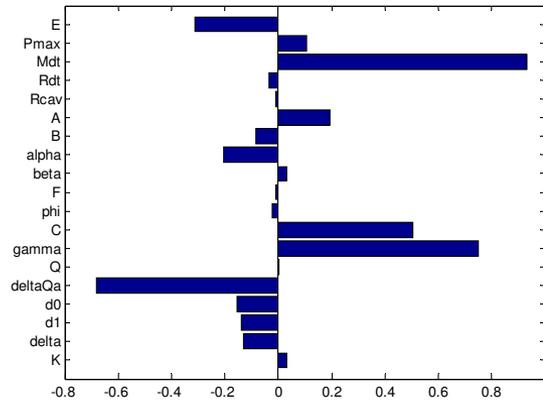
Ordre 1
Seuil = 15



2. Analyse de sensibilité : PCC et PRCC



Ordre 2_0

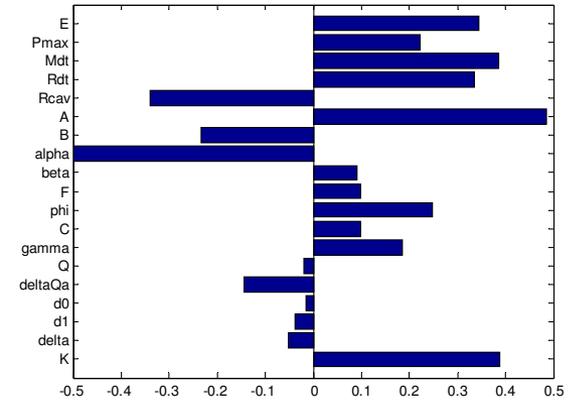
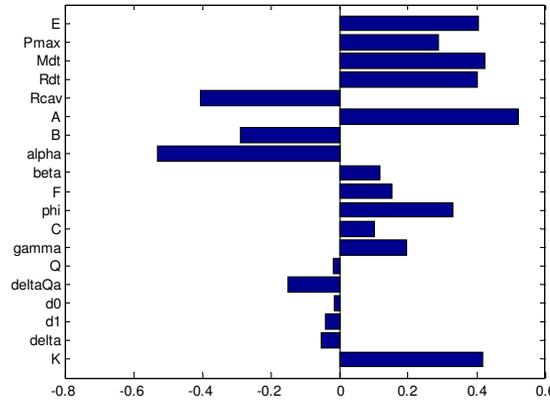


2. Analyse de sensibilité : PCC et PRCC

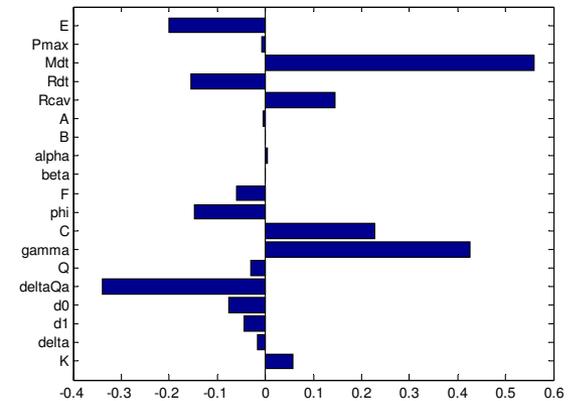
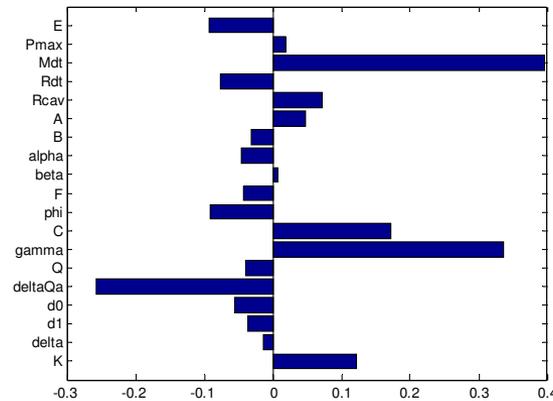


Ordre 2_1

Seuil = 5



Seuil = 15



2. Analyse de sensibilité : Indice de Sobol

- Indices d'ordre total

• Procédure : indices de Sobol calculés par simulations Monte Carlo nous avons lancé 10 fois la méthode en utilisant 10000 points pour l'ordre 2_0 (1000 pts pour l'ordre 2_1) pour augmenter la robustesse de notre méthode

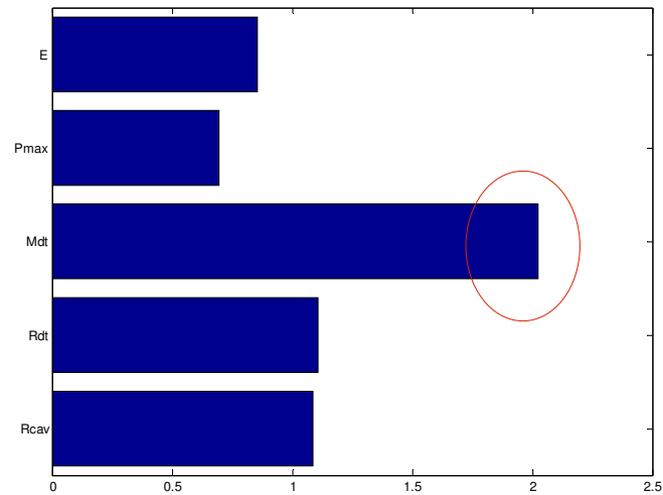
• Calcul de moyenne et écart-type par indice (sauf pour l'ordre 0) à partir de ces 10 itérations.



2. Analyse de sensibilité : Indice de Sobol



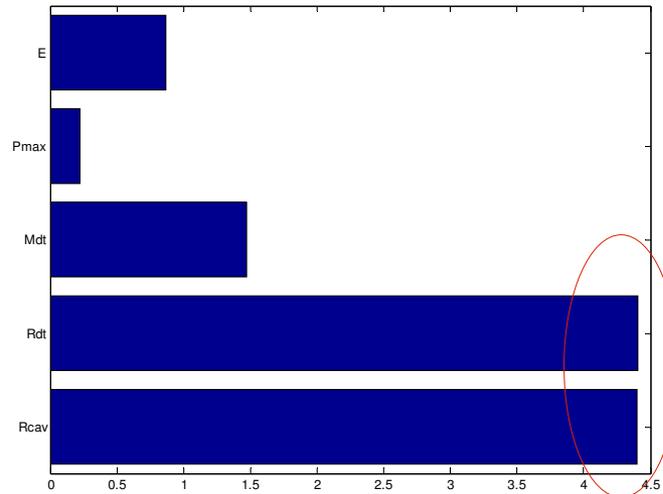
Ordre 0



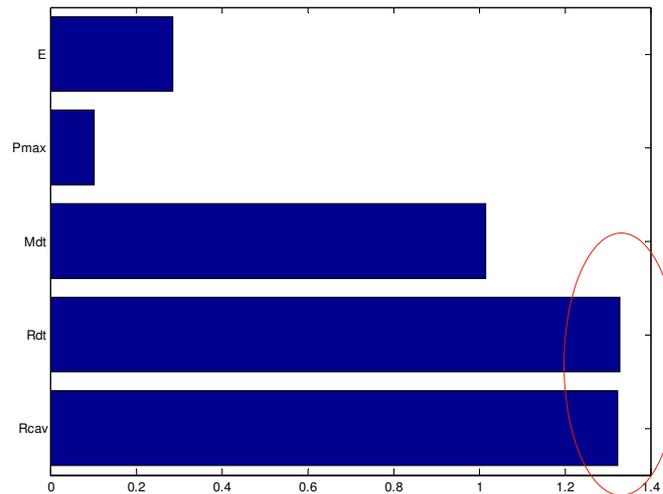
2. Analyse de sensibilité : Indice de Sobol



Ordre 1
Seuil = 5



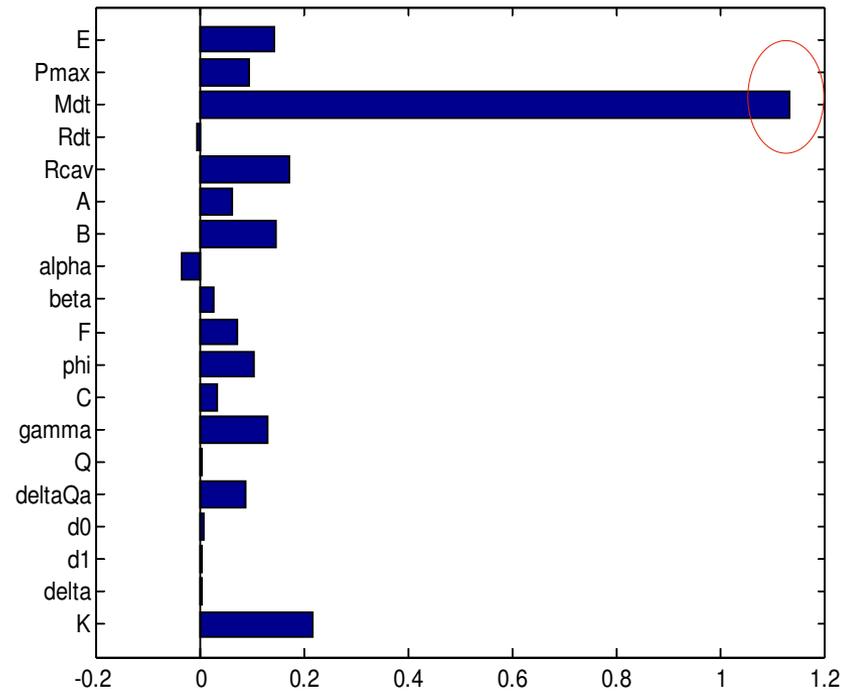
Ordre 1
Seuil = 5



2. Analyse de sensibilité : Indice de Sobol



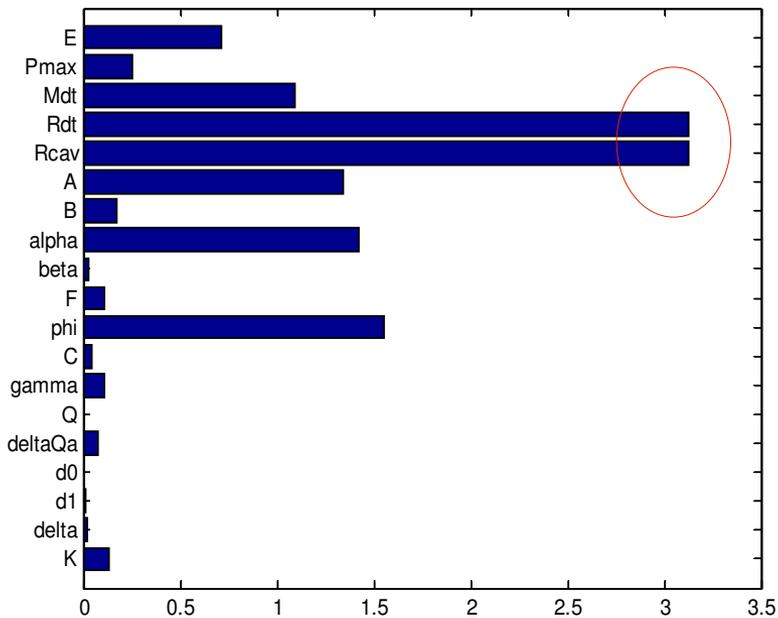
Ordre 2_0



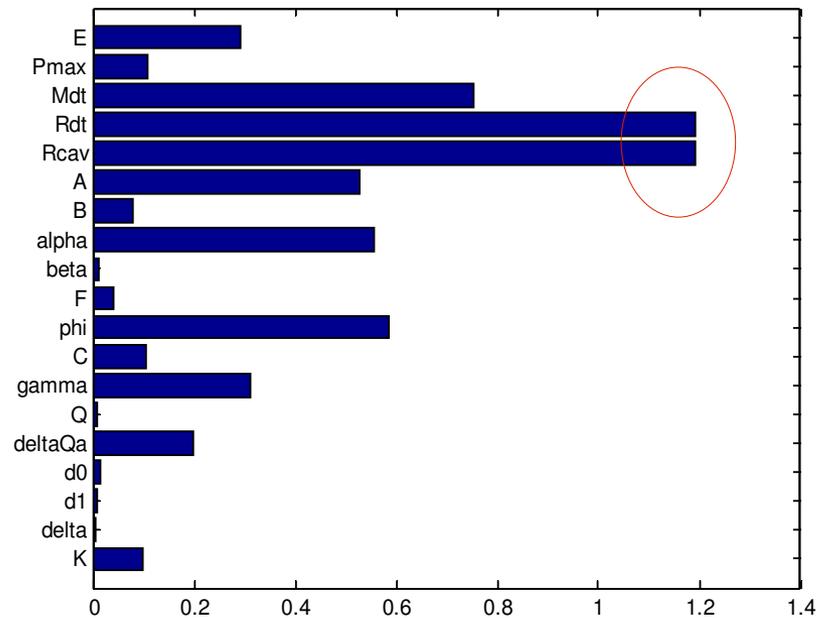
2. Analyse de sensibilité : Indice de Sobol



Ordre 2_1



Seuil = 5



Seuil = 15

Comparaison des méthodes

Analyse graphique et méthode SRC :

- Etude préliminaire pour avoir une représentation visuelle des données et savoir si le modèle est linéaire
- Aucune information sur l'importance des variables et paramètres

Résultats différents entre les méthodes PCC-PRCC et Sobol :

Ordres \ Méthodes	PCC-PRCC		Sobol	
Ordre 0	Mdt		Mdt	
Ordre 1	Mdt	$A, \alpha, \varphi, C, \gamma, \delta Q_\alpha$	Rdt, Rcav	$A, \alpha, \varphi, C, \gamma, \delta Q_\alpha$
Ordre 2_0	Mdt		Mdt	
Ordre 2_1	Mdt	$A, \alpha, \varphi, C, \gamma, \delta Q_\alpha$	Rdt, Rcav	$A, \alpha, \varphi, C, \gamma, \delta Q_\alpha$

Indices de sensibilité fortement dépendants des ordres et des seuils

Comparaison des méthodes

Pourquoi avoir utilisé ces méthodes ?

- Savoir si l'on obtiendrait les mêmes résultats selon la méthode
- Trier les résultats dans le cas contraire

Quelle méthode utiliser ?

Indice de Sobol :

- **Avantage** : tient compte de la non linéarité du modèle
- **Inconvénient** : difficultés de convergence et de mise en œuvre

PCC et PRCC :

- Avantage** : plus faciles à mettre en œuvre
- Inconvénient** : interactions entre variables

Conclusion :

confiance aux résultats obtenus par la méthode de Sobol



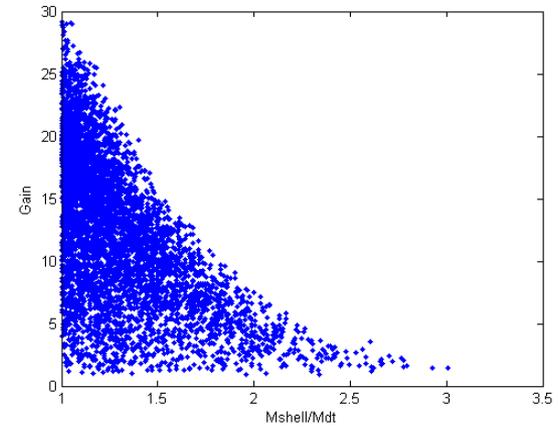
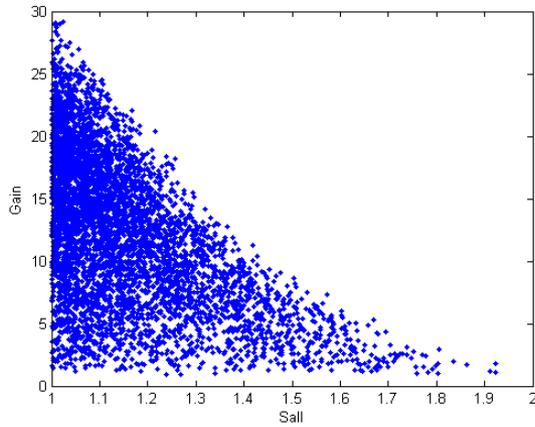
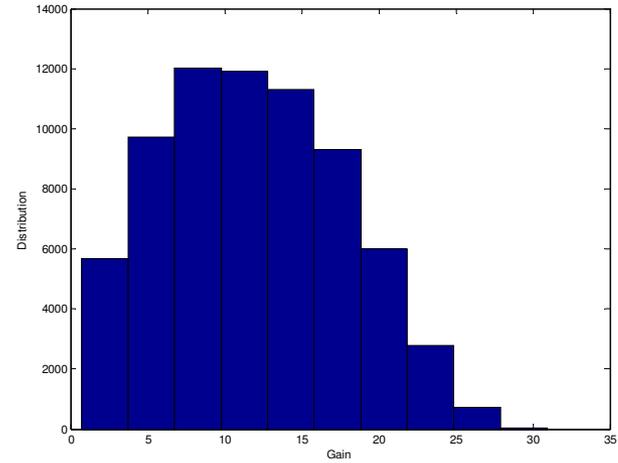
Autres méthodes d'AS :

- **FAST** : non adapté pour le problème
 - **Polynôme de Chaôs** :
 - Méthode très en vogue
 - Inadaptée pour les modèles avec contraintes (car basée sur la régression) ?
- Etude a permis d'approfondir et de rechercher les méthodes d'AS les plus adaptées pour le problème

3. Propagation sous incertitude



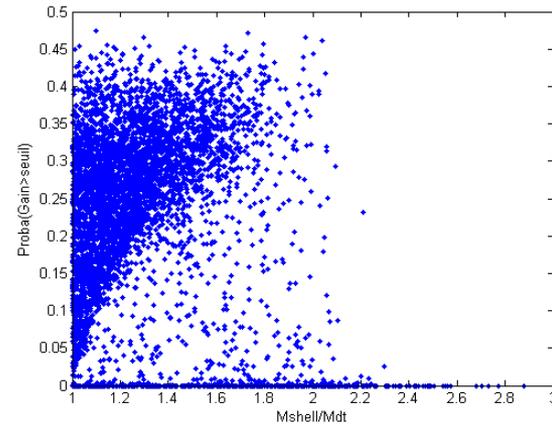
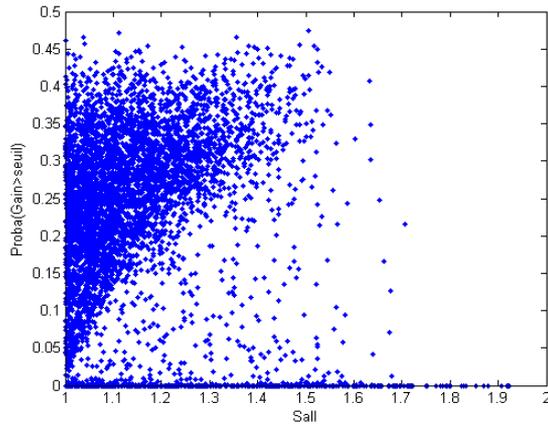
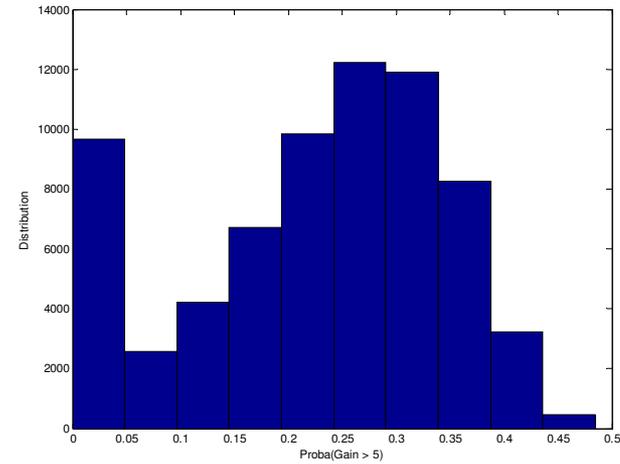
Ordre 0



3. Propagation sous incertitude



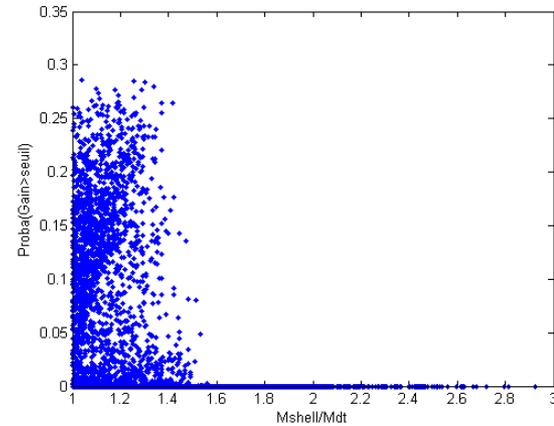
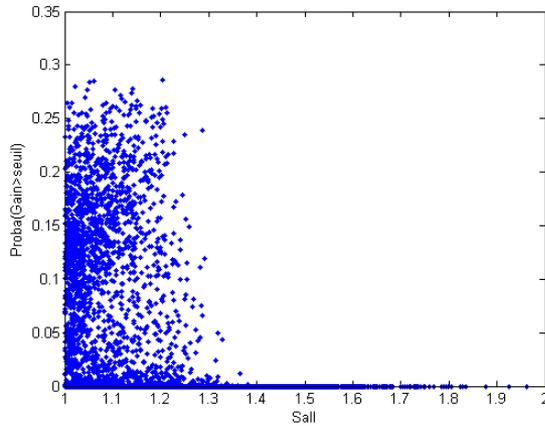
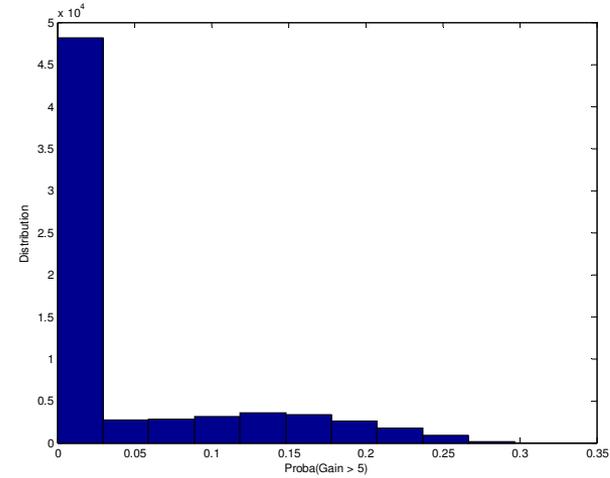
Ordre 1 (seuil = 5)



3. Propagation sous incertitude



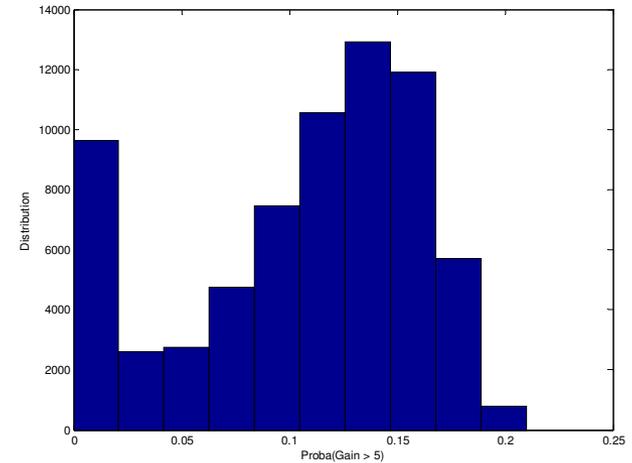
Ordre 1 (seuil = 15)



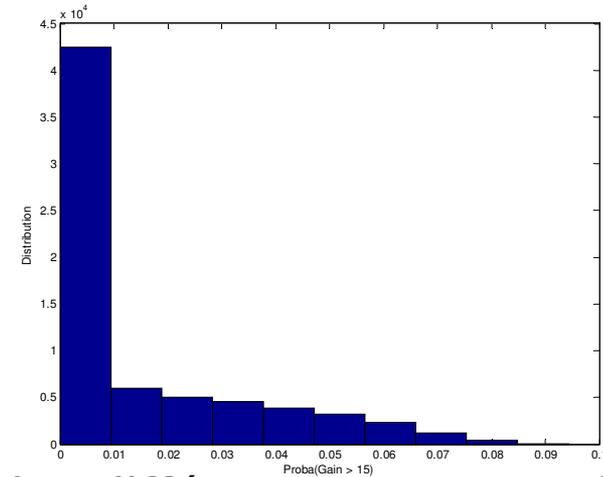
3. Propagation sous incertitude



Ordre 2 (seuil = 5)



Ordre 2 (seuil = 15)



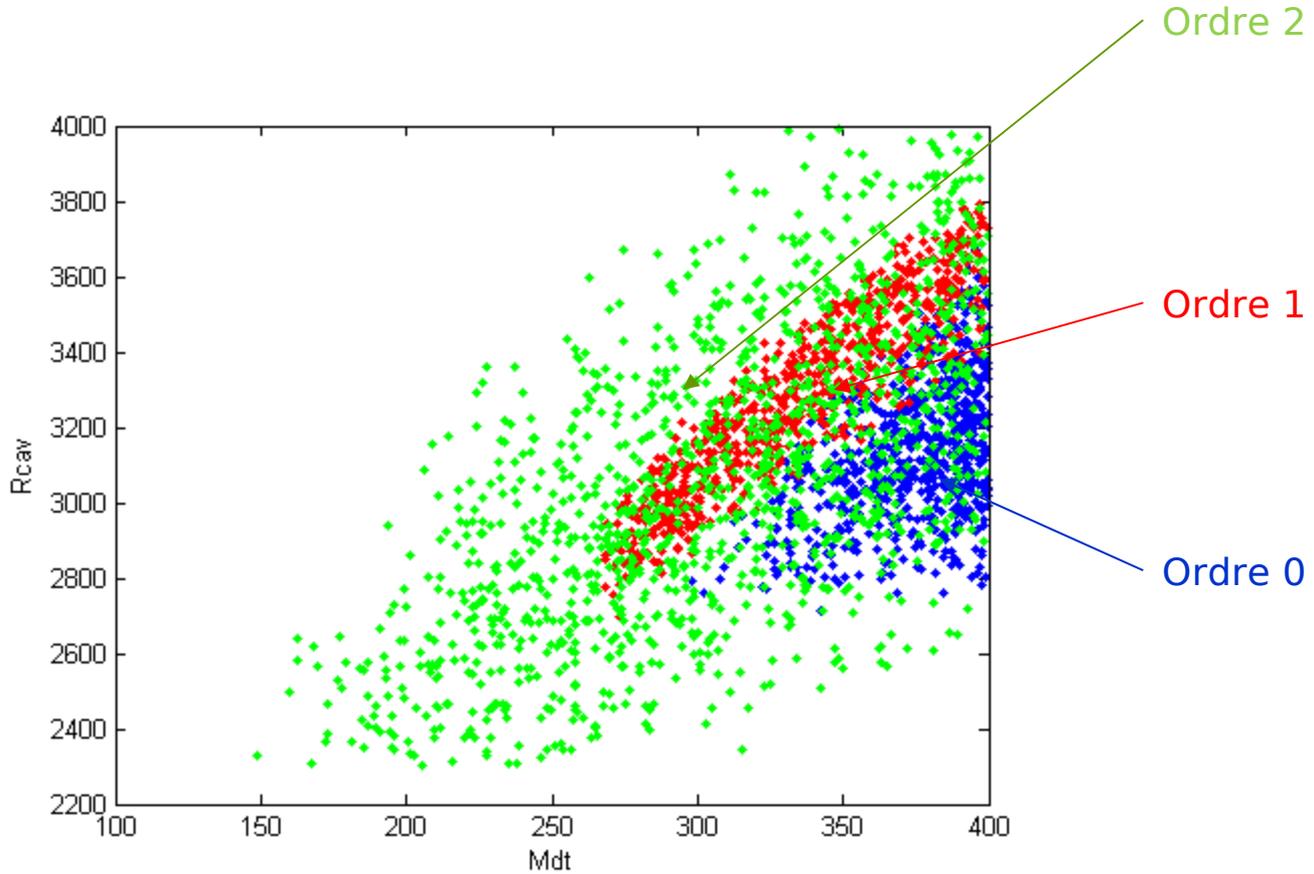
Ce qui serait intéressant ici c'est d'étudier les différentes sous parties

3. Optimisation sous incertitude

Seuil = 5



Quantile à 99%

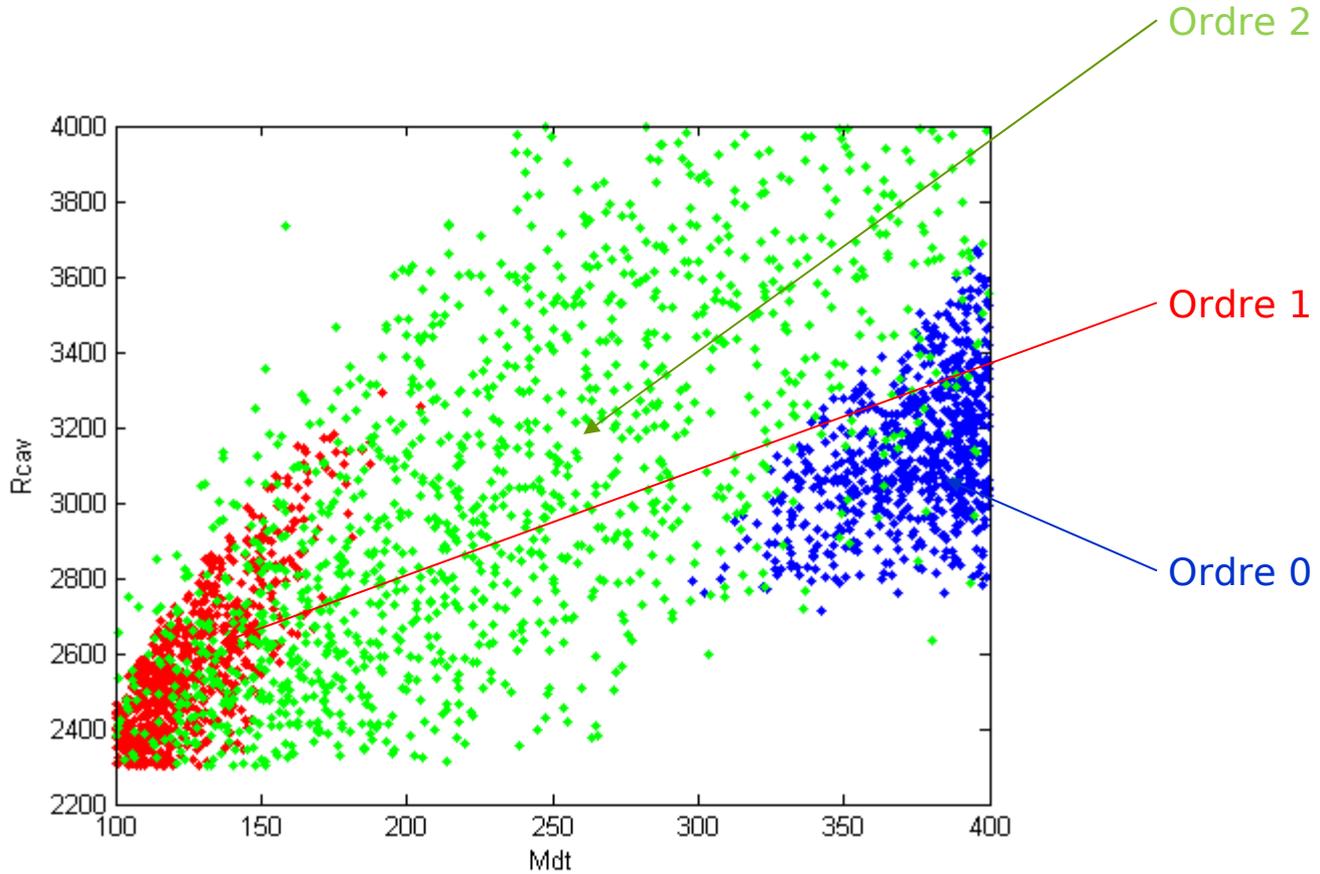


3. Optimisation sous incertitude



Quantile à 99%

Seuil = 15



4. Calibration

Objectif : caler à l'aide d'expériences les paramètres θ du modèle f pour qu'il reproduise les mesures expérimentales (tirer de manière uniforme dans l'espace des paramètres à calibrer)



A chaque expérience i et à chaque combinaison j de paramètres, on leur associe une sortie du modèle :

$$\hat{y}_{ij} = f(x_i, \theta_j)$$

On calcule pour chaque combinaison j de paramètres une vraisemblance L_j telle que :

$$L_j = e^{-\sum_i (y_i - \hat{y}_{ij})^2}$$

où y_i est la sortie de la $i^{\text{ème}}$ expérience et \hat{y}_{ij} est la sortie correspondante du modèle pour une combinaison θ_j de paramètres.

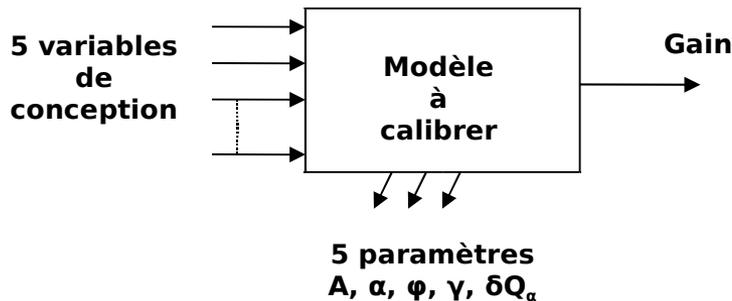
On retient ensuite la combinaison de paramètres qui maximise la vraisemblance :

$$\theta^* = \underset{j}{\operatorname{argmax}} \{L_j\}$$

4. Calibration

Amorce d'étude : pas terminée par manque de temps et pas l'objectif principal du stage

Hypothèse : modèle identique au système (dans la réalité : modèle différent du système)



- Expériences choisies aléatoirement parmi les points de l'ordre 0 qui ont satisfait les contraintes,
- Calibration avec 2 puis 3 expériences.

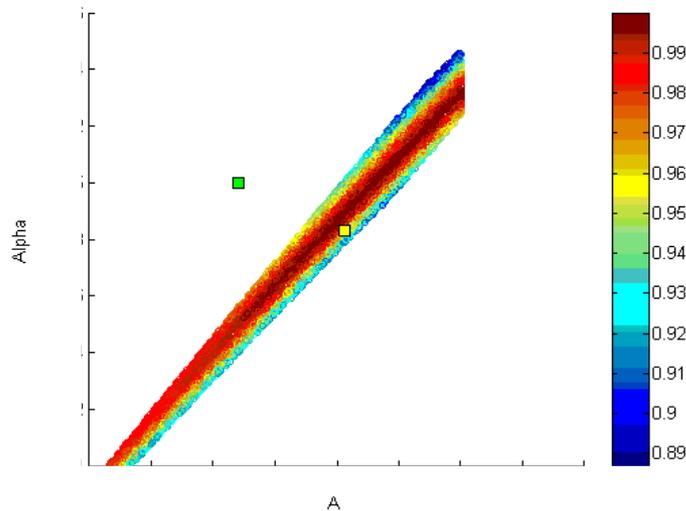
Procédure :

- On tire de manière uniforme un million de combinaisons des 5 paramètres dans leurs domaines de définition

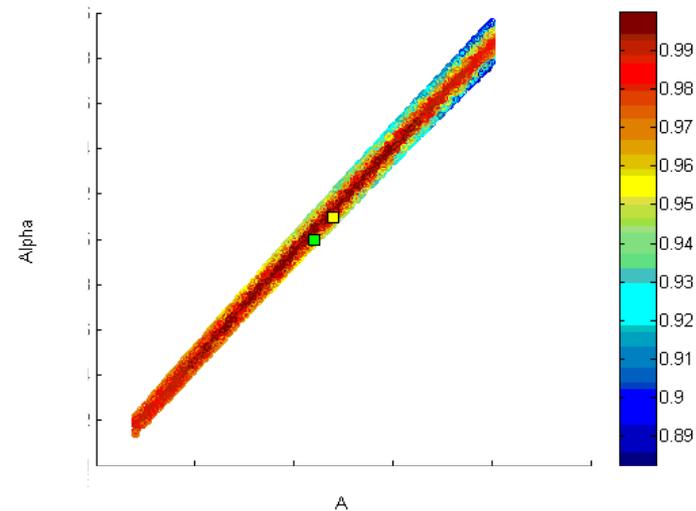
- Pour augmenter la robustesse de notre méthode, on lance $N = 100$ calibrations et on retient la médiane des N combinaisons.

4. Calibration

- Représentation des résultats : affichage des vraisemblances en fonction des paramètres 2 à 2
- Exemple pour le couple (A, alpha)
- Carré vert = vraies valeurs de paramètres
- Carré jaune = valeurs de paramètres obtenues par calibration
- Calibration plus précise lorsque le nombre d'expériences augmente (régions de vraisemblance diminuent)



2 expériences



3 expériences

Calibration difficile car on veut régler les paramètres sur quelques données seulement (sous-dimensionnement)



Etude :

- application de différentes méthodes pour l'AS : nuages de points, SRC, PCC et PRCC, Sobol
- résultats différents entre PCC-PRCC et Sobol
- confiance à la méthode de Sobol (non linéarité du modèle, pas de limite sauf convergence)
 - méthode la plus adaptée au problème
- indices de sensibilité fortement dépendants de l'ordre et du seuil
 - intérêt de prendre en compte les incertitudes (résultats différents sinon)

Conclusion

Difficultés :

Modèle :

- fortement contraint (moins de 1 % des points respecte les contraintes)
- valeurs des contraintes connues qu'après évaluation de la sortie

Apport au laboratoire :

Stratégie pour appliquer les méthodes d'AS :

- les comparer
- Trier les résultats ou retenir les résultats de la méthode la plus appropriée

→ applicable pour les futurs modèles à étudier



- **Idée pour poursuivre la calibration** : Choix des expériences par la sélection des points D-optimaux pour apporter le plus d'information à chaque expérience (minimiser la variabilité de l'estimateur des paramètres) → étude commencée mais pas finalisée car difficile et manque de temps

- **Idée pour résoudre le problème des contraintes** :
 - Remplacer la fonction de contrainte par un métamodèle basé sur un nombre limité d'évaluations de la fonction (Picheny)
 - **Risque** : erreur du métamodèle peut conduire à des plans non-optimaux ou qui violent la contrainte
 - **Solution** : méthodologie de choix d'expériences qui minimise ces risques (critère d'optimalité pour la construction de plans d'expériences)
 - compromis entre exploration du domaine d'optimisation et apprentissage des régions critiques du domaine (où la contrainte est active)