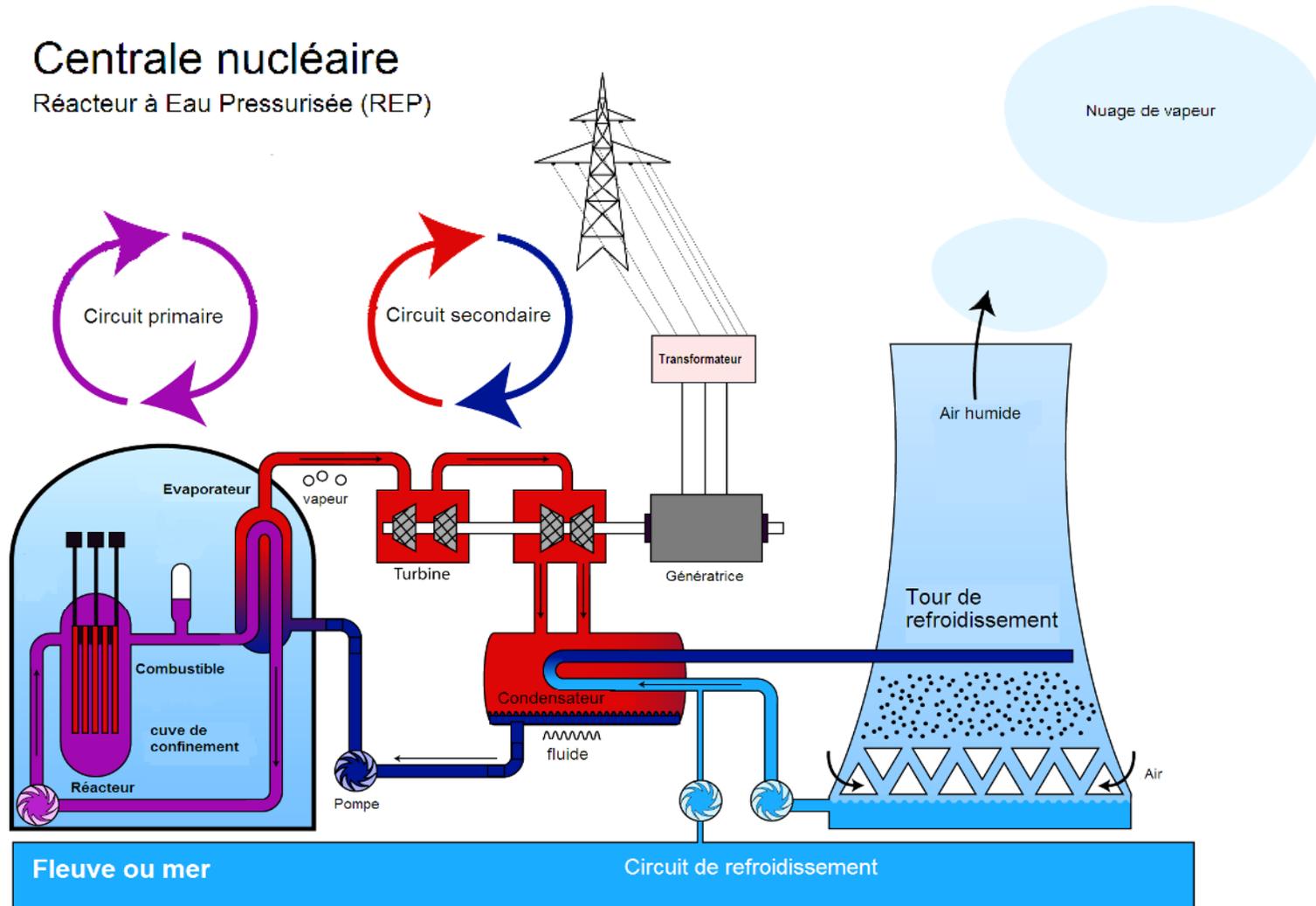


**Application of the generalized global
sensitivity indices with temporal output
(thermo-hydraulic transients)**

**M. MARQUES & B. IOOSS
DER/SESI/LCFR**

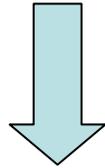
Centrale nucléaire

Réacteur à Eau Pressurisée (REP)



Durée de vie des cuves REP

Vieillessement des cuves sous
l'effet de l'irradiation



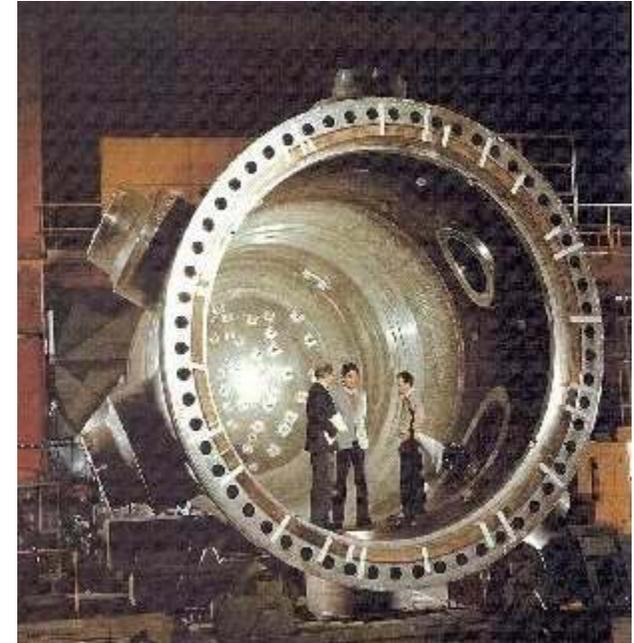
Fragilisation : baisse
de sa résistance
mécanique (ténacité)



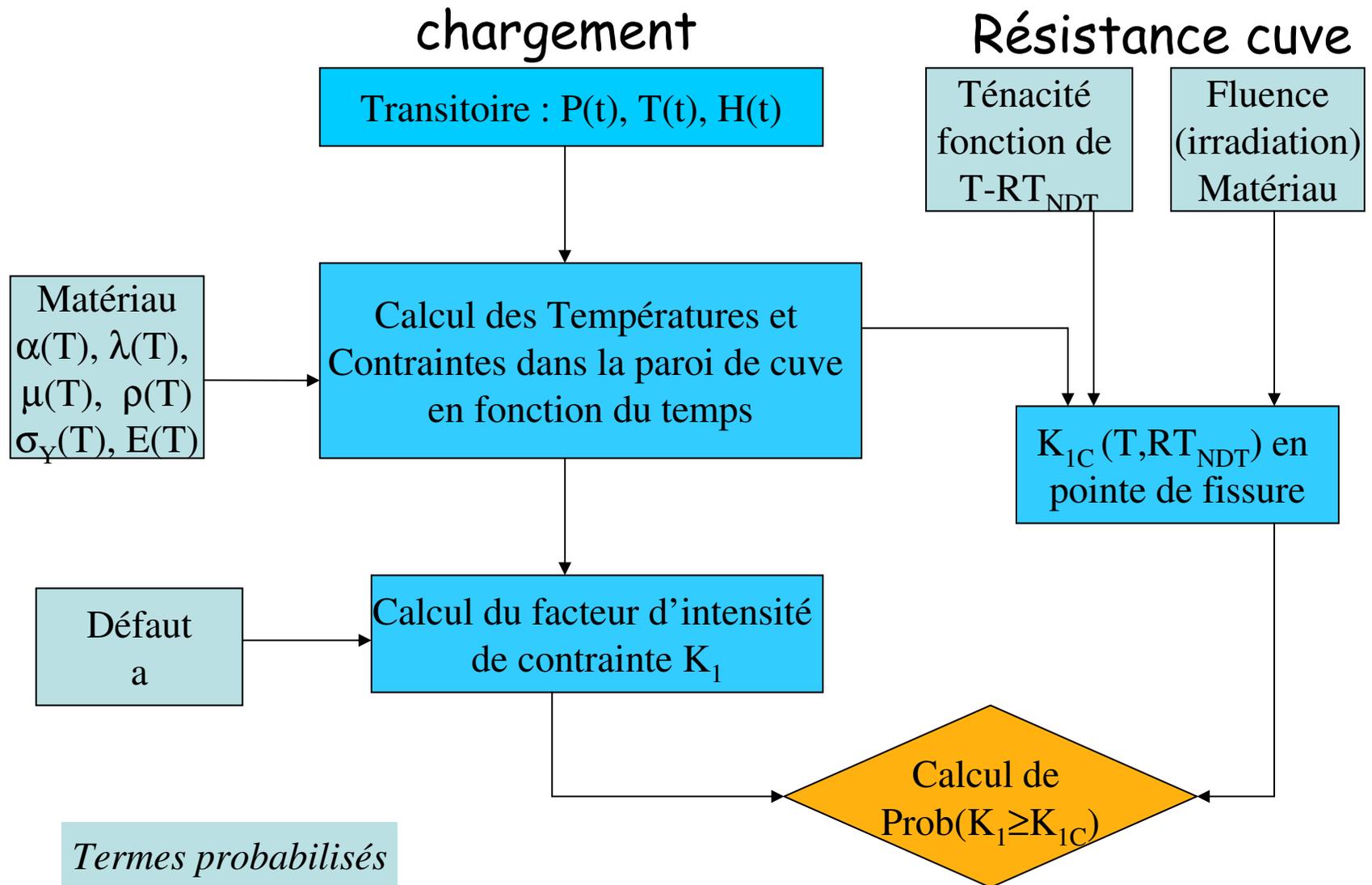
Risque de rupture brutale en cas
de forte sollicitation (choc
thermique accidentel) et en
présence de défauts (fissures)



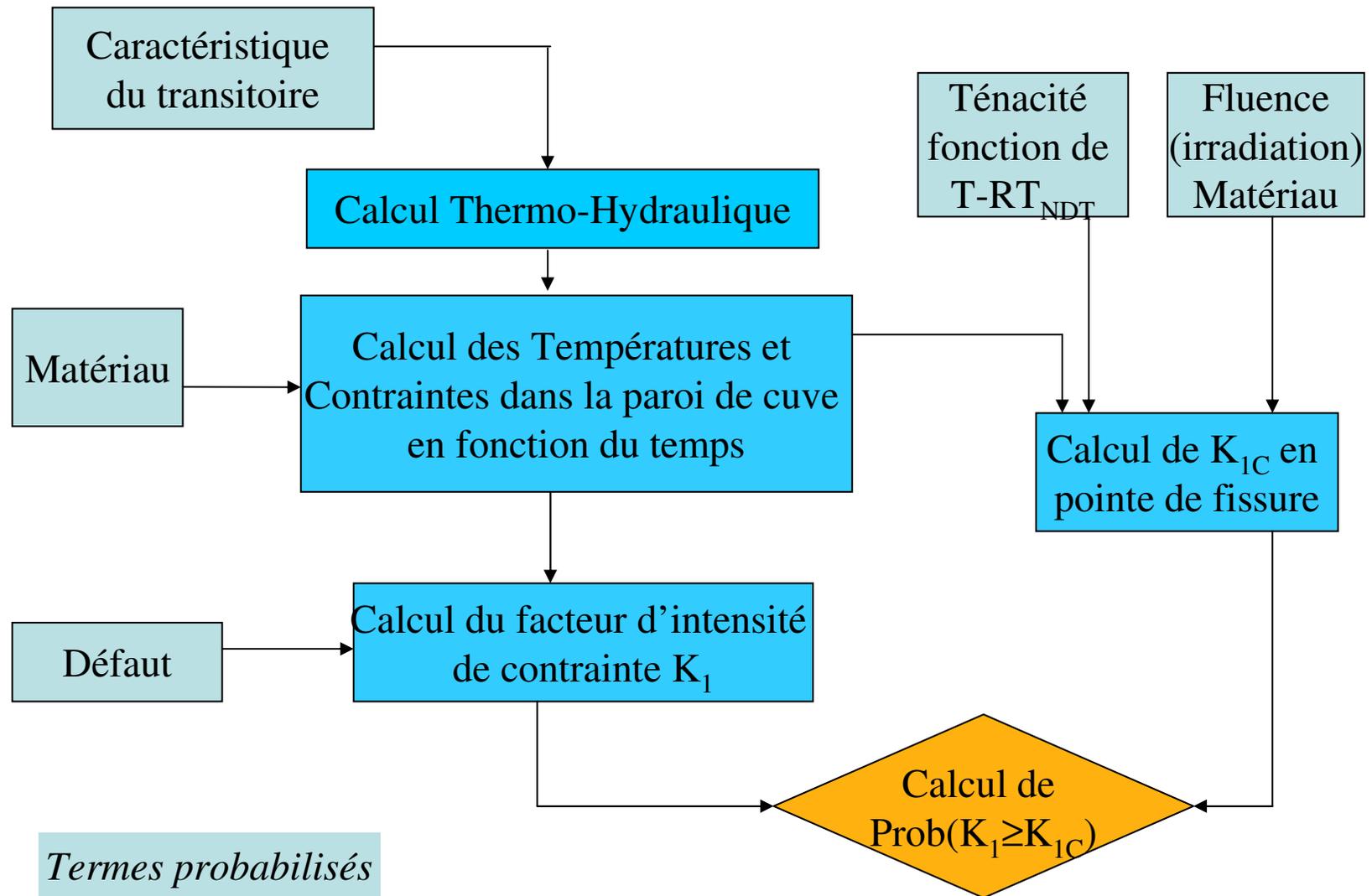
Conditionne la
durée de vie des
REP



Approche probabiliste classique

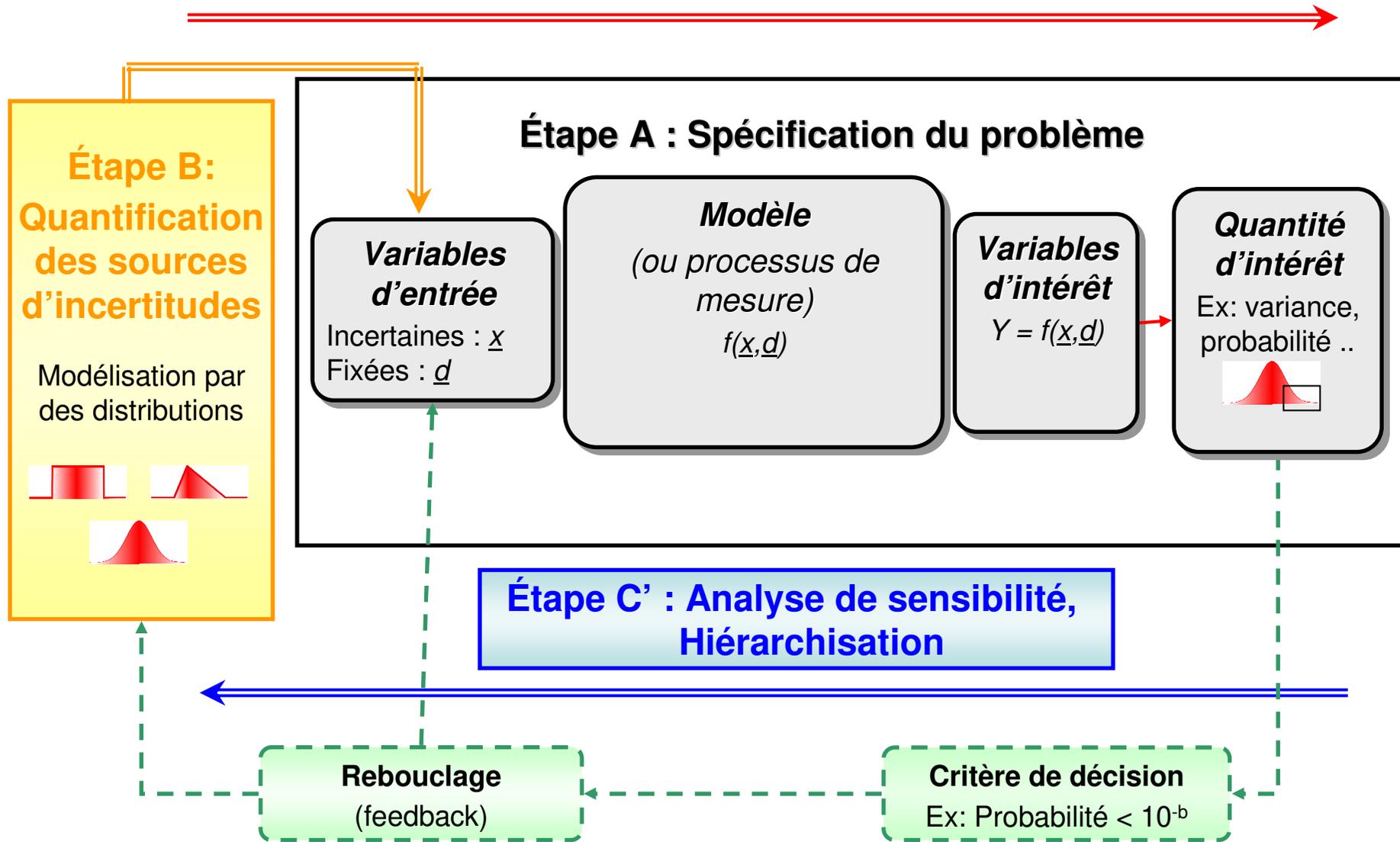


Approche avec prise en compte des incertitudes dans les transitoires thermo-hydrauliques



Etudes d'incertitudes : cadre général

Étape C : Propagation des sources d'incertitude



Résultats des calculs thermo-hydrauliques

Très lourds, temps de calcul important

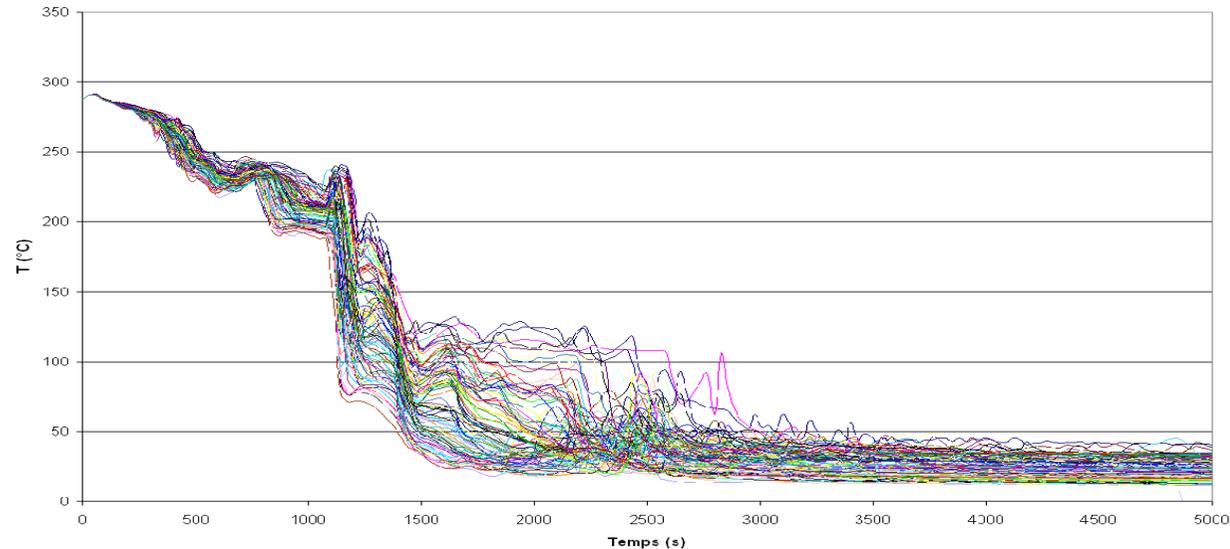
(p.e. 4 heures - 6 heures CCRT)

Sorties du calcul
thermo-hydrauliques
(Code CATHARE2)

- Transitoire de pression $P(t)$
- Transitoire de température $T(t)$
- Transitoire de coefficient d'échange par convection $H(t)$
à l'intérieur de la cuve dans l'espace annulaire

Question : comment analyser ces courbes de sortie et identifier les entrées influentes ?

Analyse des courbes de sortie



p entrées scalaires ; n simulations ; discrétisation de la sortie en q points

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} X_1^{(1)} & \dots & X_p^{(1)} \\ \vdots & & \vdots \\ X_1^{(n)} & \dots & X_p^{(n)} \end{pmatrix} \Rightarrow \mathbf{Y} = \begin{pmatrix} Y_1^{(1)} & \dots & Y_q^{(1)} \\ \vdots & & \vdots \\ Y_1^{(n)} & \dots & Y_q^{(n)} \end{pmatrix} \quad n = 100 ; q \sim 500$$

Une possibilité : analyse de sensibilité sur chacune des q sorties

Inconvénients :

- très lourd car q très grand
- redondance entre les pas de temps très proches
- ne traduit pas les caractéristiques dynamiques intéressantes de l'évolution étudiée

Analyse en composantes principales

Transformation de variables numériques liées entre elles en variables indépendantes les unes des autres

ACP : recherche séquentielle de nouvelles variables (axes d'inertie) qui sont des **combinaisons linéaires** des variables Y_j

La **dispersion** (variance ou inertie) des individus est **maximale** sur chaque axe (minimale autour de chaque axe)

$V = {}^t Y_c Y_c$ matrice de variance-covariance où Y_c est la matrice des courbes centrées

La diagonalisation de la matrice de covariance fournit de manière **ordonnée** les vecteurs propres qui correspondent aux axes d'inertie (soit **L la matrice $q \times q$ des vecteurs propres**)

Les valeurs propres correspondent aux variances des composantes principales et procurent ainsi le pourcentage de variance (inertie) expliquée

La matrice (de taille $n \times q$) des composantes principales : $H = Y_c \times L$

Analyse de sensibilité sur chaque composante principale

Décomposition de type ANOVA (*ANalysis Of Variance*) de chaque composante principale h_k ($k = 1, \dots, q$):

$$SS(h_k) = SS_{1,k} + \dots + SS_{i,k} + \dots + SS_{p,k} + SS_{12,k} + \dots + SS_{ij,k} + \dots \\ + SS_{p-1\ p,k} + \dots + SS_{1\dots p,k}$$

où SS représente la somme des carrés des effets ;

$SS_{i,k}$ représente l'effet principal du paramètre i sur la composante principale k

$SS_{ij,k}$ représente l'effet de l'interaction entre les paramètres i et j sur la composante principale k

...

Les indices de sensibilité SI sur la composante principale k sont définis par :

$$SI_W(h_k) = \frac{SS_{W,k}(h_k)}{SS(h_k)}$$

avec $W = 1, \dots, p$ pour les indices de sensibilité du 1er ordre,
 $12, \dots, p-1p$ pour les effets du 2ème ordre , etc. ...

Calcul des indices de sensibilité généralisés

Les indices de sensibilité généralisés GSI sont calculés en faisant la somme sur les composantes principales des $SI(h_k)$ pondérés par l'inertie I_k associée à la composante h_k :

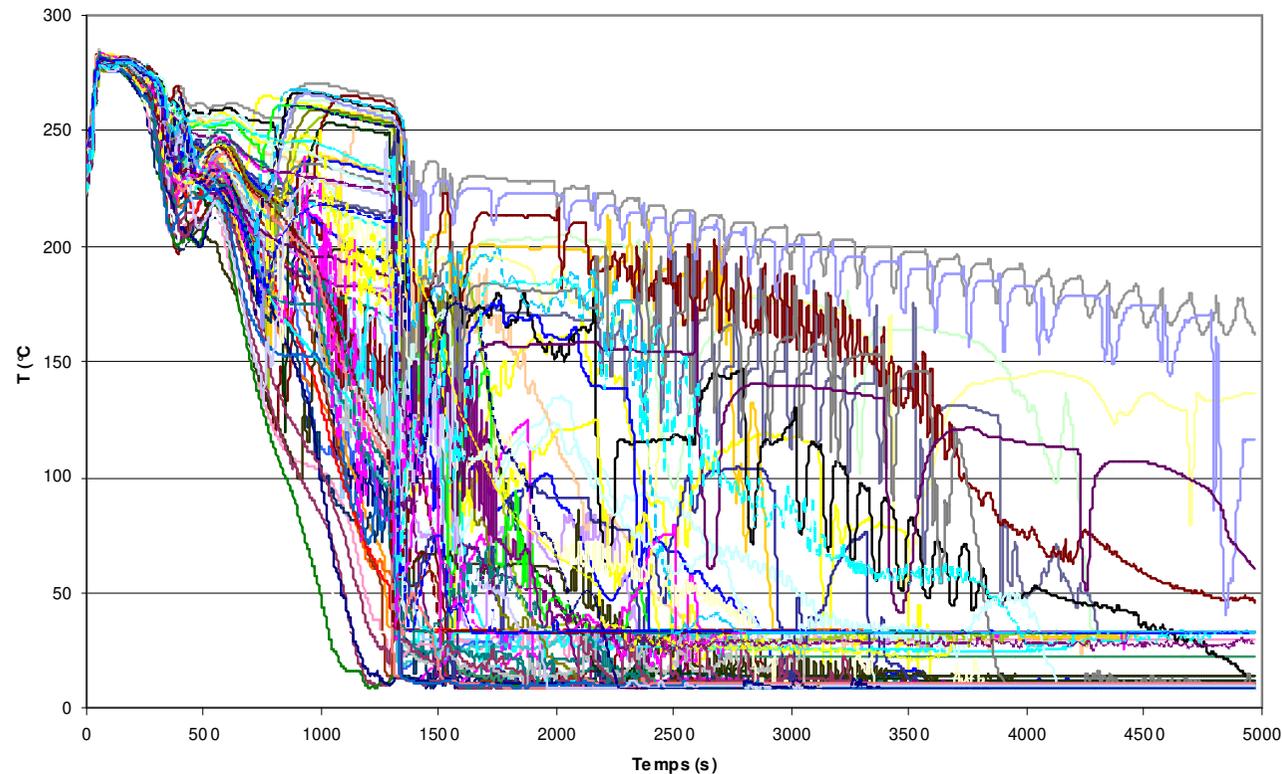
$$GSI_W = \sum_{k=1}^q \frac{I_k}{I} SS_W(h_k)$$

En pratique on ne retiendra que les premières composantes principales (contribuant à un certain pourcentage de l'inertie totale, p.e. 95%)

Le coefficient de détermination *dynamique* R^2_t permet d'évaluer la qualité de cette approximation directement sur les évolutions temporelles d'origine (matrice Y)

Exemple sur les calculs thermohydrauliques

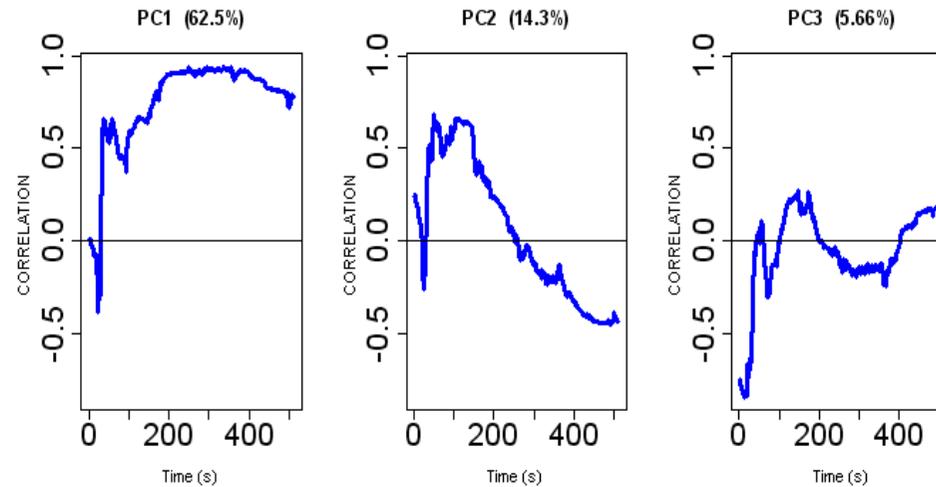
$p = 31$ entrées - Plans d'expériences à 2 niveaux - $n = 64$ courbes - $q = 512$



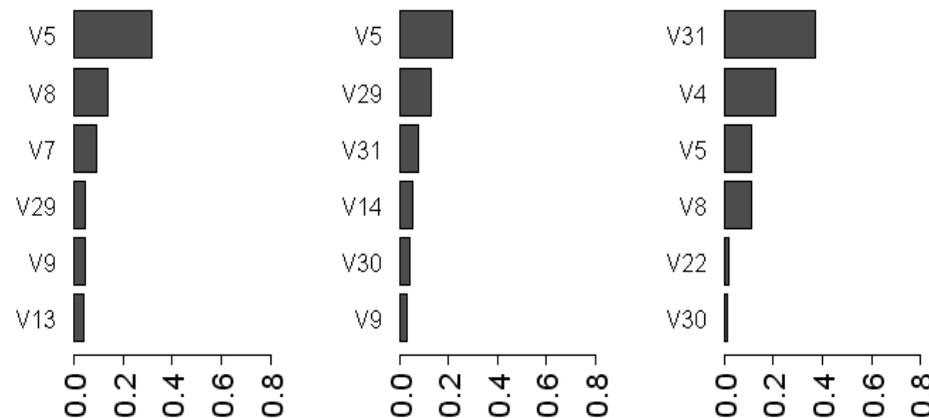
Pourcentages d'inertie de l'ACP :

PC1	PC2	PC3	PC4	PC5	PC6	PC7	PC8	PC9	PC10	PC11
63.8	75.6	81.2	85.5	88.2	90.1	91.5	92.6	93.7	94.6	95.4

Indices de sensibilité sur les composantes principales

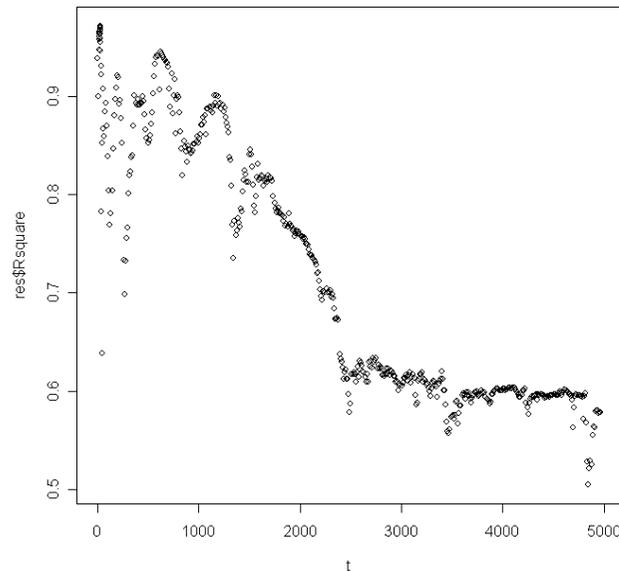
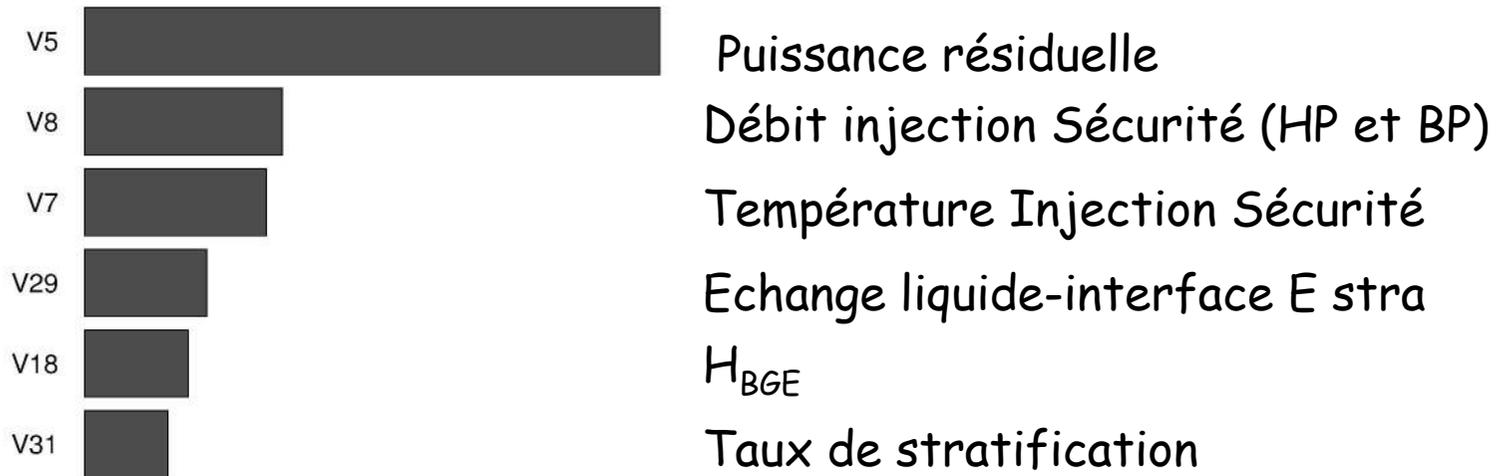


Corrélations entre chacune des 3 premières composantes principales et les sorties temporelles



Principaux indices de sensibilité (du 1er ordre) sur les 3 premières composantes principales

Indices de sensibilité généralisés



Coefficient de détermination dynamique R^2_t en fonction du temps

Conclusion

- Méthodes bien adaptée pour évaluer la sensibilité des paramètres d'entrée sur les sorties fonctionnelles d'un code de calcul
- Utilisée dans notre cas pour le criblage des paramètres en vue de l'établissement de méta-modèles fonctionnels

Référence :

Lamboni et al. Multivariate global sensitivity analysis for dynamic crops models. Field Crops Research 113 (2009) 312-320