

Développements par chaos polynomiaux creux et anisotropes basés sur le principe de hiérarchie des effets

G. Blatman^{1,2*}, B. Sudret^{1,3}

¹ LaMI, Institut Français de Mécanique Avancée et Université Blaise Pascal, Campus des Cézeaux, F-63175 Aubière Cedex, France

² EDF, R&D Division – Site des Renardières 77818 Moret-sur-Loing, France

³ Phimeca Engineering S.A., 5 rue Legraverend, 75012, Paris, France

*E-mail:

Les développements de type *chaos polynomial* (CP) [1,2] permettent de représenter explicitement la réponse stochastique d'un modèle mécanique, dont les paramètres d'entrée sont des variables et/ou des champs aléatoires. L'approximation globale ainsi obtenue permet tout aussi bien des analyses de tendance centrale (moments statistiques, indices de sensibilité) qu'une analyse de fiabilité, à un coût de calcul relativement faible. On montre en effet dans [3,4] que les coefficients du CP peuvent être évalués de manière efficace au moyen d'une technique *non intrusive* de régression. Cependant, le nombre d'évaluations du modèle - autrement dit le coût de calcul - augmente avec la taille du CP, qui s'accroît elle-même considérablement avec le nombre de variables d'entrée, lorsque l'on applique le schéma usuel de troncature de la série.

Afin de réduire le coût de calcul, on propose une nouvelle stratégie pour tronquer la série du CP, basée sur le *principe de hiérarchie des effets* [5], en vertu duquel la plupart des modèles dépendent principalement des effets principaux et des interactions d'ordre faible. Ainsi, on définit un critère de troncature basé sur une norme q , avec $0 < q < 1$, pour ne retenir que les polynômes du CP dépendant d'un nombre réduit de variables d'entrée. On obtient ainsi des développements par CP contenant peu de coefficients par rapport aux représentations classiques. Le nombre de termes du CP peut être encore davantage diminué en tenant compte du fait que les différentes variables d'entrée n'ont pas toutes la même influence sur la réponse du modèle. Une stratégie de troncature *anisotrope* du CP est proposée dans cette optique. Elle repose sur l'estimation d'*indices de sensibilité globale* du modèle aux paramètres d'entrée [6], à partir desquels on construit une norme q anisotrope (*i.e.* pondérée), ce qui conduit à un critère de troncature privilégiant certaines variables aléatoires.

Dans ce papier, on propose une procédure itérative s'appuyant sur la nouvelle stratégie de troncature pour construire une représentation *creuse* par CP. On génère tout d'abord un plan d'expériences (PE) initial de type *Hypercube Latin Design* (LHD) ou *quasi-Monte Carlo* (QMC), et l'on effectue les évaluations du modèle correspondantes. Ensuite, une représentation par CP de la réponse est construite pas à pas en incrémentant le degré total des polynômes de chaos, tout en appliquant un schéma de troncature basé sur une norme q . À chaque itération, on ne retient que les termes qui contribuent à une diminution significative de l'erreur d'approximation. D'autre part, on enrichit systématiquement le PE avant d'effectuer des calculs de régression de sorte à ce que le problème soit bien posé. Enfin, les indices de sensibilité aux différents paramètres d'entrée sont estimés, ce qui permet d'actualiser la pondération de la norme q (anisotrope). La précision des différentes approximations par CP est estimée par le *coefficient de détermination* R^2 et son homologue Q^2 basé sur une technique de validation croisée [7]. Au final, seul un nombre réduit de coefficients sont retenus (représentation

creuse), qui peuvent donc être évalués à partir d'un nombre limité d'appels au code de calcul comparé à un chaos plein.

La méthode est appliquée à l'analyse de dispersion et de fiabilité de structures élastiques faisant intervenir des champs aléatoires ou bien des vecteurs aléatoires pouvant contenir plus de 20 composantes, éventuellement corrélées.

Références

1. Ghanem, R.G and Spanos, P.D. (2003), *Stochastic finite elements - A spectral approach*, 2nd. Edition, Dover.
2. Soize C., Ghanem R.G. (2004), *Physical systems with random uncertainties: chaos representations with arbitrary probability measure*. SIAM J. Sci. Comput., 26(2), pp. 395-410.
3. Berveiller M. (2005), *Stochastic finite elements : intrusive and non intrusive approaches for reliability analysis*. PhD thesis, Université Blaise Pascal - Clermont Ferrand (in French).
4. Berveiller, M., Sudret, B., Lemaire, M. (2006), *Stochastic finite elements: a non intrusive approach by regression*. Eur. J. Comp. Mech., 15 (1,2,3), pp. 81-92.
5. Hamada M., Wu C.F.J. (1992), *Analysis of designed experiments with complex aliasing*. J. Qual. Tech., 24, pp. 130-137.
6. Sudret B. (2008), *Global sensitivity analysis using polynomial chaos expansions*. Reliab. Eng. Sys. Safety, 93, pp. 964-979.
7. Bousquet O., Elisseff A. (2002), *Stability and generalization*. J. Mach. Learn. Res., 2, pp. 499-526.