MODÈLES RÉDUITS POUR L'OPTIMISATION ROBUSTE MULTIOBJECTIFS

Vincent Baudoui - ONERA - vincent.baudoui@onera.fr

sous la direction de Jean-Baptiste Hiriart-Urruty et Sophie Jan (IMT), Nathalie Bartoli, Patricia Klotz et Renaud Lecourt (ONERA)

Objectif

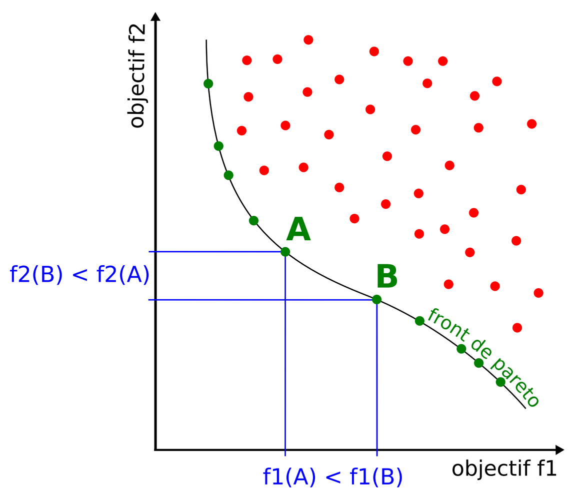
Élaboration d'une méthode :

- **basée sur des métamodèles**
- **prenant en compte les incertitudes du problème**
- **pour résoudre des problèmes d'optimisation multiobjectifs**

Optimisation multiobjectifs

Optimiser simultanément **plusieurs objectifs** interdépendants qui peuvent être contradictoires :

$$\min_{x\in\mathbb{R}^n} (f_1(x), \dots, f_p(x))$$

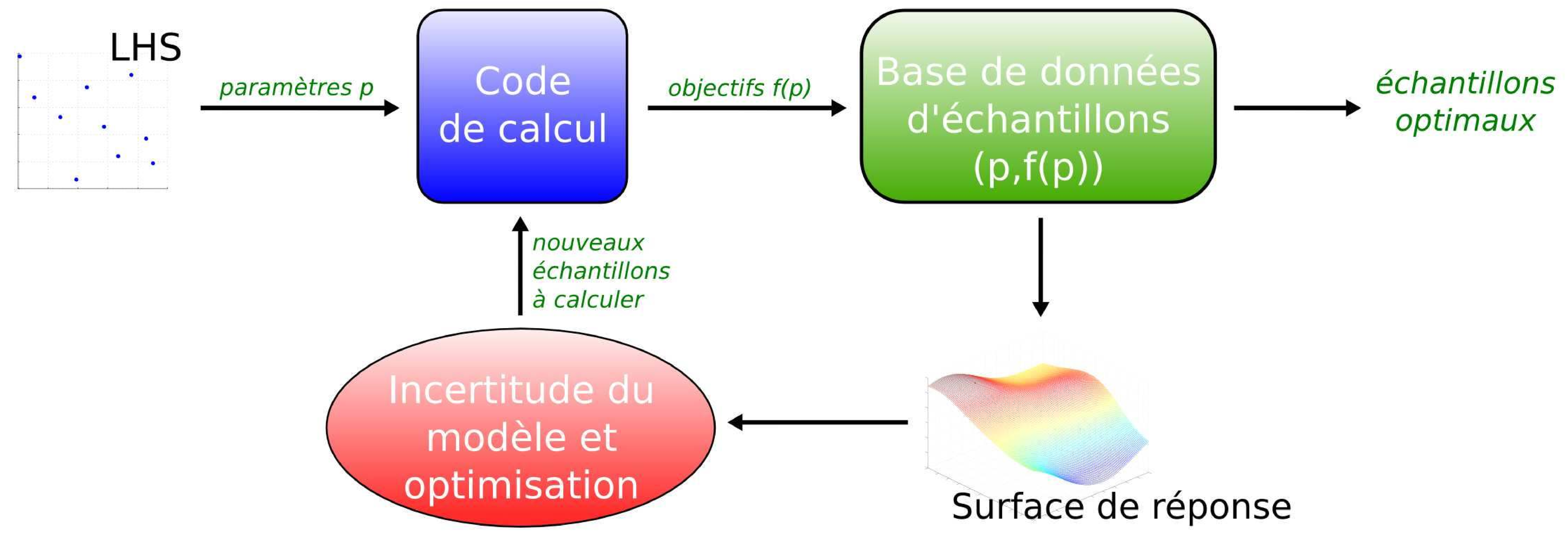


→ pas de solution unique en général, mais un ensemble de solutions équivalentes (**front de Pareto**)

*Exemples d'**heuristiques** pour une résolution approchée :*

- *recuit simulé*
- *algorithmes génétiques*
- *essaims particulaires*
- *agrégation dynamique*

Modèles réduits



Représentation des phénomènes physiques : **simulations numériques** complexes
→ temps de calcul élevé pour l'optimisation
→ remplacer ces simulations par un modèle réduit plus rapide

Exemples de modèles réduits qui peuvent être utilisés :

- *approximation polynomiale*
- *réseaux de neurones*
- *krigeage*
- *"radial basis functions"*
- *MARS (splines)*
- *"support vector regression"*

Construction d'un **modèle de substitution** à partir d'un nombre limité d'échantillons de la fonction de calcul → nécessité d'établir un plan d'expériences adapté

Construction itérative du **plan d'expériences** sur la base d'un LHS, pour minimiser l'incertitude du modèle et s'approcher des solutions optimales → les itérations permettent de guider l'optimisation sur le code de calcul

Utilisation des modèles réduits dans le cadre de l'optimisation robuste :

- modélisation d'un objectif dans le voisinage d'un point par un **modèle réduit local** permettant un calcul rapide de la robustesse de ce point
- construction d'un **modèle réduit global** intégrant directement la notion de robustesse en chaque point, permettant de représenter l'objectif robuste à optimiser par un unique modèle

Robustesse

Problème d'optimisation robuste

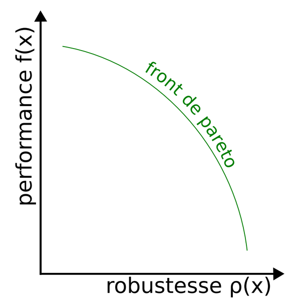
Problème d'optimisation classique : $\min_{x\in\mathbb{R}^n} f(x)$

Mais présence de différentes **incertitudes** (exemple : les contraintes de fabrication industrielles ne garantissent pas la réalisation effective du système optimal trouvé)

→ recherche de solutions **robustes** peu sensibles aux variations des paramètres (ces solutions peuvent différer des solutions optimales classiques) : $\min_{x\in\mathbb{R}^n} \rho(x)$

Plusieurs approches possibles :

- transformer la fonction objectif initiale $f(x)$ en un nouvel objectif robuste $\rho(x)$ (écriture **mono-objectif**)
- considérer la robustesse comme un objectif supplémentaire en contradiction avec l'objectif de performance (écriture **multiobjectifs**)



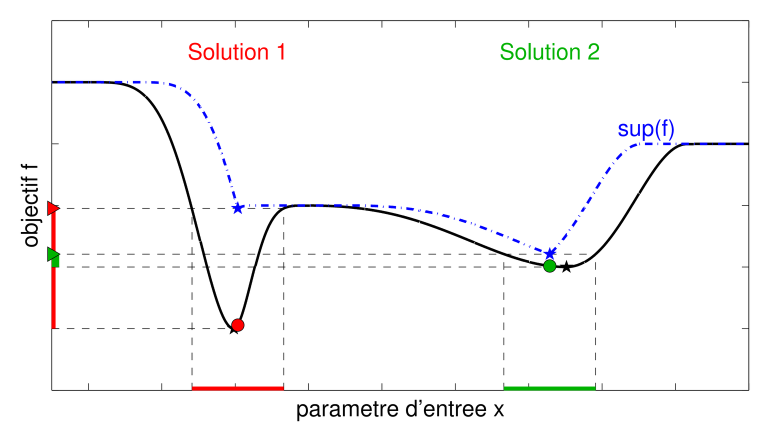
Résolution du problème :

- par un **algorithme d'optimisation robuste** capable d'évaluer la robustesse d'un point
- via un **modèle réduit robuste** sur lequel on pourra appliquer un algorithme d'optimisation classique

Mesures de la robustesse ρ d'un point x dans son voisinage (défini par un intervalle $V(x)$ ou une distribution de probabilité) :

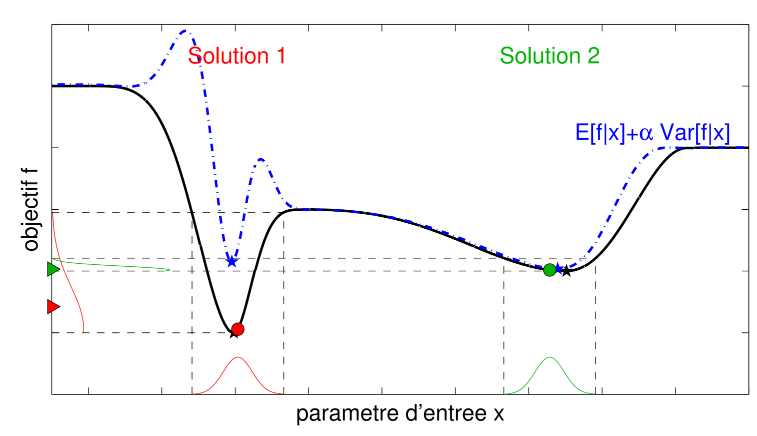
- Approche "pire des cas" → on considère le **plus mauvais point** du voisinage :

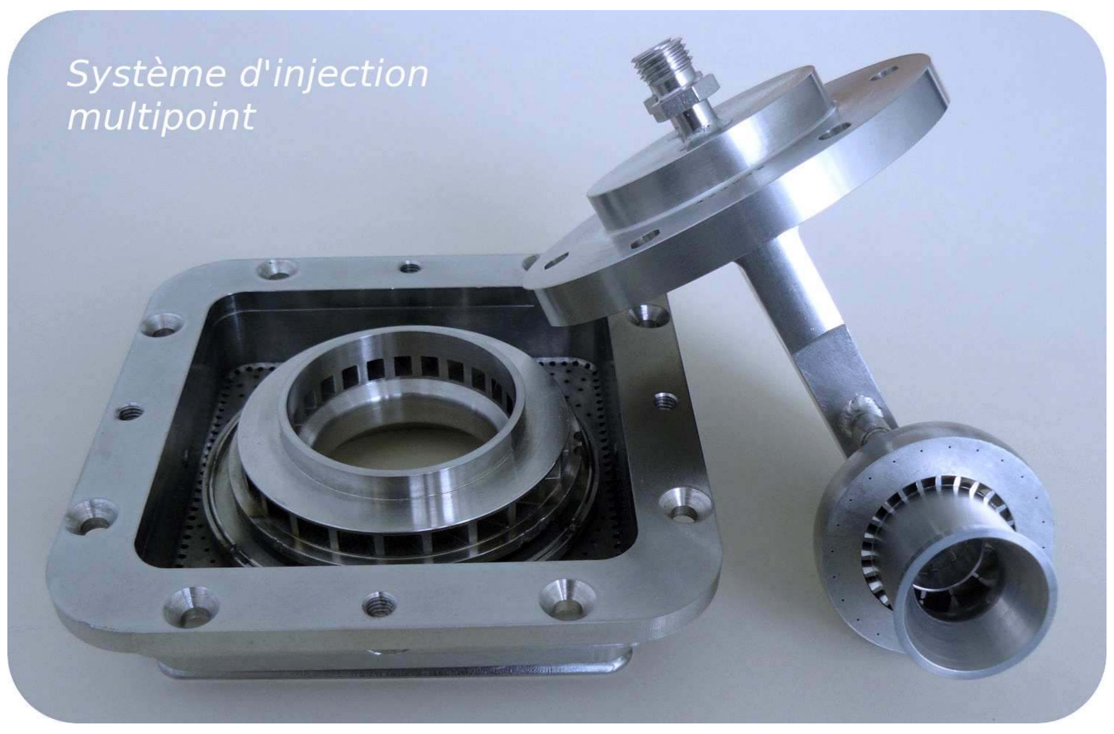
$$\rho(x) = \sup_{w\in V(x)} f(w)$$



- Minimisation de l'**espérance** et de la **dispersion** → dans le cas mono-objectif, avec α un réel, on a :

$$\rho(x) = \mathrm{E}[f|x] + \alpha\,\mathrm{Var}[f|x]$$





Application

Application visée : optimisation d'un système d'injection multipoint pour minimiser les émissions de polluants et assurer la stabilité du foyer

Paramètres pris en compte : angle des vrilles et débit des entrées d'air, position des injecteurs, taille des gouttes de kérosène, ...

Considération des incertitudes de fabrication (position des injecteurs, ...) et des incertitudes liées à l'environnement de fonctionnement du système (composition du kérosène, ...)

Calculs numériques : code de combustion diphasique CEDRE de l'ONERA ; comparaison avec des expériences réalisées sur le banc d'essai LACOM (ONERA)