

Méthodes de transport optimal pour l'interpolation de mesures : applications à la reconstruction de données expérimentales et numériques en analyse de systèmes industriels

Objectifs et contenu de la thèse:

Connaissant la distribution d'une certaine quantité d'intérêt (par exemple la température au cours d'une année) pour certains paramètres (par exemple le lieu où la température est relevée), l'interpolation de mesures - ou de distributions – consiste à estimer la distribution de cette quantité pour des paramètres pour laquelle elle est inconnue. Dans l'étude de systèmes industriels, ce type de problème d'estimation apparaît lorsque connaître la distribution pour certains paramètres est coûteux car les données sont par exemple issues d'un modèle numérique complexe. Pour réduire le nombre d'appels à ce modèle, on peut exploiter l'interpolation de mesures pour construire un modèle rapide à évaluer (appelé *surrogate model*) permettant d'approcher à plus faible coût la distribution d'intérêt.

Cette thèse a pour objectif de développer de nouvelles méthodes pour interpoler des mesures. Les quelques travaux récents [1, 2, 3] sur le sujet se focalisent sur la notion de splines pour obtenir une interpolation lisse. L'essence du problème consiste à construire un couplage entre les différentes mesures à interpoler. La notion de barycentre de Wasserstein [4] offre naturellement un couplage (via la formulation multimarginale) entre les différentes mesures et est un candidat naturel pour l'interpolation de mesures pour deux raisons. L'interpolation de nombres réels peut souvent être formulée comme une moyenne – i.e. un barycentre – des quantités à interpoler. Et le barycentre de Wasserstein – ou plus généralement le transport optimal – s'est montré très efficace dans des problèmes similaires [5, 6, 7]. C'est pourquoi, le barycentre de Wasserstein sera le premier type de couplage exploré lors de cette thèse. Dans une seconde partie, et en fonction des résultats obtenus sur le couplage via les barycentres de Wasserstein, la thèse se concentrera sur les couplages les plus adaptés pour les interpolations de type krigeage, schémas de subdivisions ou encore splines [8, 9, 3].

Une série d'applications en mécanique des fluides issues des projets de l'Institut de Radioprotection et de Sûreté Nucléaire sera réalisée pour valider ces nouveaux développements.

[1] J.-D. Benamou, T. O. Galloüet, and F.-X. Vialard. "Second-Order Models for Optimal Transport and Cubic Splines on the Wasserstein Space". In: Foundations of Computational Mathematics 19.5 (2019), pp. 1113-1143.

[2] Y. Chen, G. Conforti, and T. T. Georgiou. "Measure-Valued Spline Curves: An Optimal Transport Viewpoint". In: SIAM Journal on Mathematical Analysis 50.6 (2018), pp. 5947-5968.

[3] S. Chewi et al. Fast and Smooth Interpolation on Wasserstein Space. Oct. 22, 2020. arXiv: 2010.12101 [math, stat]. url: <http://arxiv.org/abs/2010.12101>.

[4] M. Agueh and G. Carlier. "Barycenters in the Wasserstein Space". In: SIAM Journal on Mathematical Analysis 43.2 (2011), pp. 904-924.

[5] J. Rabin et al. "Wasserstein Barycenter and Its Application to Texture Mixing". In: International Conference on Scale Space and Variational Methods in Computer Vision. Springer, 2011, pp. 435-446.

[6] N. Bonneel, G. Peyré, M. Cuturi. "Wasserstein barycentric coordinates: histogram regression using optimal transport". In: ACM Trans. Graph. 35.4 (2016), pp. 71-1.

[7] F. Santambrogio, Optimal Transport for Applied Mathematicians, Birkhauser Verlag AG, 2015.

[8] A. Lopez, J.M. Ortiz, Geodesic kriging in the Wasserstein space, Proceedings of IAMG, 2015.

[9] S. Hüning, J. Wallner. "Convergence of subdivision schemes on Riemannian manifolds with nonpositive sectional curvature". Adv. Comput. Math. 45.3 (2019). Publisher: Springer, pp. 1689–1709.

Profil recherché:

Titulaire d'un master 2 Recherche en mathématiques appliquées avec une spécialisation en data science et statistiques.

Informations pratiques

Le lieu principal de la thèse est l'Ecole Centrale Marseille (Bouches-du-Rhône), des visites régulières à l'IRSN Cadarache sont à prévoir.

Les directeurs de thèse sont T. Le Gouic et J. Liandrat à l'Ecole Centrale Marseille et J. Baccou à l'Institut de Radioprotection et de Sûreté Nucléaire.